

Chapitre D-XI

Interférences.

Joël SORNETTE met ce cours à votre disposition selon les termes de la licence Creative Commons :

- Pas d'utilisation commerciale.
- Pas de modification, pas de coupure, pas d'intégration à un autre travail.
- Pas de communication à autrui sans citer son nom, ni en suggérant son autorisation.

Retrouvez l'intégralité du cours sur le site joelsornette.fr

RÉSUMÉ :

De par la nature de ce cours en ligne, l'aspect expérimental des interférences lumineuses est forcément escamoté ; ce n'est pas forcément un handicap, on a pu ainsi éviter que les difficultés expérimentales ne préoccupent trop l'esprit.

Après un exemple mécanique et la description du modèle scalaire de la lumière, on détaille la particularité des interférences lumineuses, liée à l'extrême brièveté des trains d'onde et l'on introduit la notion de cohérence.

On détaille le calcul des différences de marche dans le cas d'interférences à deux sources ponctuelles monochromatiques cohérentes et l'on en déduit la forme des franges d'interférence. On étudie ensuite comment ces résultats sont modifiés quand les sources ne sont pas monochromatiques ou ne sont pas ponctuelles. Dans ce dernier cas, on dégage la notion de localisation des franges et l'on évoque l'interféromètre de Michelson.

On montre l'intérêt des interférences à ondes multiples que ce soit avec une source mince (réseau de diffraction) ou large (interféromètre de Fabry-Pérot).

On effectue enfin un tour d'horizon des utilisations possibles des phénomènes interférentiels : mesure de longueurs d'onde, de faibles épaisseurs, procédé Lippmann de photographie en couleurs, couches anti-reflet, mise en évidence de changements de signe (miroir de Lloyd, expérience de Meslin), interférométrie par transformée de Fourier.

Table des matières

D-XI Interférences.	1
1 Un exemple introductif : interférences à la surface de l'eau.	5
2 Modèle scalaire de la lumière.	7
2.a Modèle scalaire.	7
2.b Rayons lumineux et surfaces d'onde. Théorème de Malus.	8
2.c Intensité lumineuse.	8
3 Le cas particulier des interférences lumineuses. Cohérence.	9
3.a Onde ou corpuscule?	9
3.b Nécessité du monochromatisme.	9
3.c Nécessité de la cohérence.	11
3.d Contraste.	12
3.e Mise en place du formalisme.	12
3.f Quelques dispositifs historiques.	13
4 Calcul de différences de marche. Systèmes de franges.	15
4.a Lemme : un résultat toujours valable	15
4.b L'écran est à distance finie et perpendiculaire à la droite qui joint les sources.	17
4.c L'écran est à distance finie et parallèle à la droite qui joint les sources.	18
4.d L'écran est à l'infini et parallèle à la droite qui joint les sources. .	20
4.e L'écran est à l'infini et perpendiculaire à la droite qui joint les sources.	22
4.f Sources à l'infini	23

5	Cohérence temporelle.	24
5.a	Approche directe.	24
5.b	Lien avec le non-monochromatisme.	26
5.c	Interférences avec une source à largeur spectrale.	27
5.d	Interférences en lumière blanche.	28
5.e	Frange achromatique.	30
5.f	Interférences avec un doublet.	31
6	Cohérence spatiale.	35
6.a	Résolution interférométrique d'une étoile double.	35
6.b	Expérience d'Young avec une source large.	38
6.c	Comment conserver un bon contraste avec une source large. Division d'amplitude et localisation des franges.	39
7	Interféromètre de Michelson	43
7.a	Conception de l'appareil.	43
7.b	Compensatrice.	43
7.c	Réduction à une lame ou un coin d'air	44
7.d	Franges de la lame d'air.	44
7.e	Franges du coin d'air.	46
8	Interférence à ondes multiples.	47
8.a	Réseaux de diffraction.	47
8.b	Interféromètre de Fabry-Pérot.	54
9	Quelques applications des phénomènes interférentiels.	58
9.a	Mesure de longueurs d'onde. Obtention de spectres.	58
9.b	Mesure d'épaisseurs ou d'indices.	59
9.c	Couche anti-reflet.	59
9.d	Utilisation d'ondes stationnaires : procédé Lippmann et expérience de Wiener.	61
9.e	Mise en évidence de changements de signe. Miroir de Lloyd et expérience de Meslin.	62
9.f	Interférométrie par transformée de Fourier.	64

1 Un exemple introductif : interférences à la surface de l'eau.

Observons la photographie de la figure 1 p. 5



FIGURE 1 – Interférences à la surface de l'eau.

On y devine l'ombre de deux pointes qui affleurent à la surface d'un récipient d'eau. Elles sont solidarisées et animées d'un même mouvement périodique ; elles génèrent donc deux ondes circulaires qu'on visualise nettement, mais ce n'est pas cela qu'il faut voir. En certains points de la surface, les ondes arrivent en phase et se renforcent, on dit qu'il y a des *interférences constructives*. En d'autres, les ondes arrivent en opposition de phase et s'annulent, on dit qu'il y a des *interférences destructives*. Sur la photo, on observe six bandes sombres qu'on voit nettement et qui ont l'allure de droites convergentes (la suite prouvera qu'il s'agit de portions d'hyperboles, ici pratiquement confondues avec leurs asymptotes) qui sont les régions d'amplitude nulle. Entre elles, des zones brillantes ; la structure périodique de l'onde fait que périodiquement s'y alternent points brillants et points sombres qui correspondent aux points où, au moment de la photo, le maximum ou le minimum est atteint (dans les zones d'amplitude nulle, cette alternance ne peut exister).

Cherchons à comprendre tout cela par un petit calcul illustré par la figure 2 p. 6.

Notons $a \cos(2\pi t/T)$ le mouvement commun aux points A et B . L'onde issue de A arrive en un point M avec un retard de phase $2\pi AM/\lambda$ avec λ la longueur d'onde associée. L'amplitude réelle a vraisemblablement changé mais ne nous en occupons pas, ce n'est pas là l'essentiel. Disons qu'à son arrivée en M , cette onde est :

$$a \cos[2\pi (t/T - AM/\lambda)]$$

De même l'onde issue de B est, à son arrivée en M :

$$a \cos[2\pi (t/T - BM/\lambda)]$$

Leur déphasage est donc :

$$\varphi = 2\pi \frac{AM - BM}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

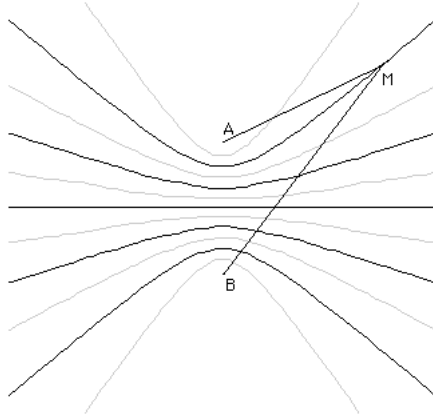


FIGURE 2 – Interférences.

où il est d'usage d'appeler $\Delta = AM - BM$ la différence de marche et d'appeler ordre d'interférence le rapport Δ/λ .

On se convaincra aisément de l'encadré qui suit et on le considérera comme essentiel.

L'ensemble des points où les interférences sont constructives correspond à $\varphi = 2k\pi$ avec k entier, soit un ordre d'interférence entier, soit encore $\Delta = k\lambda$. De même, l'ensemble des points où les interférences sont destructives correspond à $\varphi = 2(k + 1/2)\pi$ avec k entier, soit un ordre d'interférence semi-entier, soit encore $\Delta = (k + 1/2)\lambda$.

L'ensemble des points tels que $|AM - BM| = C^{te}$ est une hyperbole¹ de foyers A et B . On a tracé avec un logiciel de calcul, dans le cas où $AB = 3\lambda$, valeur suggérée par la photo, les hyperboles correspondant à un ordre entier (en noir) et semi-entier (en gris) et on remarquera la belle concordance entre courbes calculées et courbes observées.

Voilà ici l'essence même de la physique. De l'expérience seule, c'est de la leçon de choses ; du calcul seul, ce sont des mathématiques ; les deux en synergie de la physique, de la vraie.

Toute situation où deux ondes mécaniques de même fréquences sont émises de deux points différents peuvent générer de telles interférences mais nous allons immédiatement passer à un cas particulier où les choses se compliquent, celui des interférences lumineuses. Les interférences mécaniques sont certes intéressantes mais quand on aura géré la difficulté (la nécessité de cohérence, cf infra), il sera aisé de s'occuper de cas plus simples.

1. Le traité le plus important des mathématiciens grecs sur les coniques est l'œuvre d'Appolonius de Perge, mathématicien alexandrin qui vivait au II^e siècle avant Jésus-Christ, qui écrivit 8 volumes sur le sujet.

2 Modèle scalaire de la lumière.

2.a Modèle scalaire.

Bien que la lumière, comme tout phénomène électromagnétique, soit décrite par deux champs vectoriels, on peut la plupart du temps se contenter d'un modèle scalaire qui conduit aux mêmes résultats, à quelques nuances près, avec beaucoup moins de complications calculatoires. Le cas où c'est insuffisant a été traité dans le chapitre D-X (optique dans les milieux anisotropes et chiraux).

Nous rappelons ici brièvement les résultats utiles pour ce chapitre des deux premiers chapitres d'optique (D-V et D-VI) (lois de l'optique géométrique par une approche axiomatique puis déduites de l'électromagnétisme).

Les théories de FOURIER permettent de considérer tout phénomène lumineux comme somme de phénomènes monochromatiques, c'est-à-dire sinusoïdaux.

Dans un milieu homogène, au voisinage d'un point M , l'onde monochromatique a le comportement d'une onde plane progressive de vecteur d'onde $\vec{k}$ et de célérité c si l'on est dans le vide et notée $v = c/n$ ailleurs (n s'appelle alors indice de réfraction du milieu). Pour tout point M' voisin de M l'onde s'écrit donc :

$$\underline{s}(M', t) = \underline{s}_m(M') \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \overrightarrow{MM'} + \varphi_M)]$$

Si $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de $\vec{k}$, on a (cf, entre autres, les chapitres D-II et D-VI) $\vec{k} = (\omega/v) \vec{u} = (n\omega/c) \vec{u}$. Il est aussi pertinent de remplacer ω par $2\pi/T$ et d'introduire la longueur d'onde qu'aurait dans le vide un phénomène de même pulsation (on dira plus tard : longueur d'onde dans le vide, voire, ce qui est plus dangereux, longueur d'onde) soit $\lambda = cT$. Alors l'onde se réécrit :

$$\begin{aligned} \underline{s}(M', t) &= \underline{s}_m(M') \exp[j(\omega t - (n\omega/c) \vec{u} \cdot \overrightarrow{MM'} + \varphi_M)] = \\ &\underline{s}_m(M') \exp[j(\omega t + \varphi_M)] \exp \left[-2j\pi \frac{n \vec{u} \cdot \overrightarrow{MM'}}{\lambda} \right] \end{aligned}$$

Remarque 1 : pour l'instant nous ne nous intéressons pas aux variations de l'amplitude réelle $s_m(M')$, sachons cependant que, sauf cas exceptionnels, elle varie de façon significative sur des distances caractéristiques grandes devant λ .

Remarque 2 : n'oublions pas que les milieux transparents sont toujours plus ou moins dispersifs, c'est-à-dire ici que l'indice n dépend de λ .

Ordres de grandeurs : Les longueurs d'onde dans le vide des rayonnements visibles s'étendent du violet à 400 nm au rouge à 800 nm ; de part et d'autre, on trouve bien sûr l'ultra-violet et l'infra-rouge. Un calcul élémentaire conduit à des fréquences de l'ordre de $0,5 \cdot 10^{15}$ Hz.

2.b Rayons lumineux et surfaces d'onde. Théorème de Malus.

On appelle rayon lumineux une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur $\vec{k}$. Dans un milieu homogène, les rayons sont des droites ; en particulier, dans le cas d'une source ponctuelle S , des droites issues de S . L'expression précédente se généralise donc, puisque $\vec{u}$ et $\vec{SM}$ sont parallèles en :

$$\underline{s}(M, t) = \underline{s}_m(M) \exp[j(\omega t + \varphi_S)] \exp \left[-2j\pi \frac{n \|\vec{SM}\|}{\lambda} \right]$$

L'expression $[SM] = n \|\vec{SM}\|$ s'appelle chemin optique (ou distance optique) entre S et M . De même si M et P se trouvent sur un même rayon dans cet ordre on a :

$$\underline{s}(P, t) = \underline{s}_m(P) \exp[j(\omega t + \varphi_M)] \exp \left[-2j\pi \frac{[MP]}{\lambda} \right]$$

où $[MP] = n \|\vec{MP}\|$ est le *chemin optique* entre M et P .

On appelle surface d'onde un ensemble de points en phase qui se situent tous, dans ce cas, à la même distance optique de la source. Il s'agit bien évidemment de sphères centrées sur S . On dit alors qu'on a affaire à une onde sphérique. On remarque que, dans cette situation, rayons lumineux et surfaces d'onde sont orthogonales. On a démontré dans le chapitre C-XI sur le rayonnement du dipôle et plus généralement dans le chapitre D-II sur les ondes propagatives que pour une onde sphérique, l'amplitude réelle est inversement proportionnelle à $\|\vec{SP}\|$.

Si les rayons lumineux se réfléchissent sur un miroir ou se réfractent à la traversée d'un dioptré ou d'une lentille, les propriétés précédentes se généralisent. Par exemple, si un rayon issu de la source S placée dans un milieu d'indice n_1 traverse au point I , selon les lois de SNELL-DESCARTES, un dioptré et poursuit jusqu'un point M dans un milieu d'indice n_2 , le chemin optique entre S et M sera $[SM] = n_1 \|\vec{SI}\| + n_2 \|\vec{IM}\|$. On définira toujours les surfaces d'onde comme des ensembles de points à une même distance optique de la source et le théorème de MALUS affirme que rayons lumineux et surfaces d'onde sont orthogonales.

2.c Intensité lumineuse.

Une onde lumineuse éclairant orthogonalement une surface d'aire Σ lui apporte une puissance proportionnelle à Σ ; on a vu (par exemple au chapitre C-VIII) que, dans le vide (en pratique dans l'air), la puissance surfacique instantanée est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique, avec une constante égale à $1/\mu_0 c$.

Cela dit, compte tenu de la fréquence extrêmement élevée des phénomènes, aucun récepteur n'est en mesure de suivre les valeurs instantanées, il ne peut donner qu'une moyenne temporelle. Voyons ce que cela donne pour une onde en $\underline{s}(M, t) = \underline{s}_m(M) \exp(j\omega t)$.

Attention ! La notation complexe est incompatible avec les produits et passages au carré, car la partie réelle d'un produit n'est pas le produit des parties réelles. Il faut donc impérativement revenir aux notations réelles. Notons $\underline{s}_m = s_m \exp(j\varphi)$, on a donc :

$$s(M, t) = \text{Re}[\underline{s}_m(M) \exp(j\omega t)] = s_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La puissance surfacique instantanée est donc :

$$\Pi(M, t) = \frac{1}{\mu_0 c} s_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

et sa valeur moyenne dans le temps (notée par la mise entre crochets $\langle \dots \rangle$) :

$$\langle \Pi(M, t) \rangle = \frac{1}{\mu_0 c} s_m^2 \langle \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} s_m^2$$

On convient en fait de s'affranchir des unités et des constantes et on appellera désormais intensité lumineuse I , ou éclairement E , le résultat suivant $I(M) = s_m^2$ et on remarquera qu'il se calcule par $I(M) = |s_m(M)|^2 = \underline{s}_m(M) \cdot \underline{s}_m(M)^*$ ou, ce qui est équivalent, par $I(M) = |\underline{s}(M, t)|^2 = \underline{s}(M, t) \cdot \underline{s}(M, t)^*$ où, selon l'usage, on a noté $\underline{s}^*$ le complexe conjugué de $\underline{s}$.

Remarquons aussi qu'avec ce choix de ne pas faire apparaître de constante multiplicative, on a $I = 2 \langle s(M, t)^2 \rangle$

3 Le cas particulier des interférences lumineuses. Cohérence.

3.a Onde ou corpuscule ?

Commençons par replacer notre problématique dans son contexte historique. En 1675, NEWTON propose un modèle corpusculaire de la lumière ; en 1690, HUYGENS un modèle ondulatoire. Comment trancher ? En imaginant une situation où les deux modèles conduisent à des conclusions différentes et en concevant l'expérience qui réalise cette situation. En l'occurrence, en éclairant un écran avec deux sources lumineuses identiques. Si la lumière est formée de corpuscules, il y en aura deux fois plus et l'écran sera deux fois plus éclairé, bref rien de bien spectaculaire. Par contre si la lumière est onde, il peut se faire qu'en certains points, les ondes soient en opposition et s'annulent, bref que de la lumière plus de la lumière fasse du noir, ce qu'a réussi à produire YOUNG en 1810.

3.b Nécessité du monochromatisme.

La période de la houle est de l'ordre de quelques secondes, il est dès lors aisé de suivre le mouvement de l'eau et d'observer d'éventuelles interférences. Grâce à un microphone et un oscilloscope, et parce que la période est de l'ordre de la milliseconde, on peut étudier

l'amplitude du son et visualiser des interférences sonores. En optique, par contre, on ne peut pas mesurer l'amplitude car les périodes sont de l'ordre de 10^{-15} s ; la seule donnée accessible est la puissance surfacique moyenne véhiculée, appelée l'intensité. C'est la première particularité des interférences lumineuses.

Commençons par étudier l'addition en un point M de deux ondes, l'une émise en un point A avec une amplitude $a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$, l'autre émise du point B avec l'amplitude $a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$. A leur arrivée en M , ces ondes ont subi un retard de propagation et, en notant $r_1 = \|AM\|$ et $r_2 = \|BM\|$, leurs amplitudes complexes² sont :

$$s_1(M, t) = a_1 \cos[\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1]$$

$$s_2(M, t) = a_2 \cos[\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2]$$

L'amplitude totale en est la somme et on passe à l'intensité avec la formule $I = 2 \langle s^2(t) \rangle$ (cf supra) :

$$I(M) = 2 \left\langle [a_1 \cos[\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1] + a_2 \cos[\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2]]^2 \right\rangle$$

$$I(M) = 2 a_1^2 \langle \cos^2[\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1] \rangle + 2 a_2^2 \langle \cos^2[\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2] \rangle + \dots \\ \dots 4 a_1 a_2 \langle \cos[\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1] \cos[\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2] \rangle$$

Les cosinus au carré ont une moyenne de 1/2, reportons et linéarisons le troisième terme :

$$I(M) = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \langle \cos[(\omega_1 + \omega_2) t + \dots] \rangle + 2 a_1 a_2 \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2) t + \dots] \rangle$$

Il n'est pas utile de détailler l'argument des cosinus dont la moyenne est nulle. On a donc

$$I(M) = a_1^2 + a_2^2$$

La conclusion est double :

- $I(M)$ est une constante vis-à-vis de M et il n'y a donc pas d'interférences.
- $I_1 = a_1^2$ est l'intensité qu'on aurait s'il n'y avait que la première onde et même chose pour $I_2 = a_2^2$. Il y a donc additivité des intensités ($I = I_1 + I_2$).

Le seul cas où cette conclusion soit fausse est lorsque $\omega_1 = \omega_2$ auquel cas le second cosinus obtenu par linéarisation ne dépend plus du temps. Retenons donc qu'une condition nécessaire (mais pas forcément suffisante) pour observer des interférences est qu'il faut travailler à une fréquence unique, donc à une longueur d'onde unique.

2. A ce stade, on ne tient pas compte de la variation de l'amplitude réelle avec la distance parcourue car c'est inutile pour démontrer ce qui suit.

3.c Nécessité de la cohérence.

Reprenons les calculs avec la même pulsation et profitons de l'occasion pour mener les calculs en notation complexe ; même si l'on reprend en fait les mêmes calculs, ça nous fera un entraînement. Pendant la durée des calculs, on pose $\Phi_1 = \varphi_1 - \omega r_1/c$ et $\Phi_2 = \varphi_2 - \omega r_2/c$

$$\underline{s}_{tot} = a_1 \exp[j(\omega t + \Phi_1)] + a_2 \exp[j(\omega t + \Phi_2)]$$

$$\begin{aligned} I_{tot} = \underline{s}_{tot} \underline{s}_{tot}^* = \dots \\ \{a_1 \exp[j(\omega t + \Phi_1)] + a_2 \exp[j(\omega t + \Phi_2)]\} \{a_1 \exp[-j(\omega t + \Phi_1)] + a_2 \exp[-j(\omega t + \Phi_2)]\} \\ \dots = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2) \end{aligned}$$

soit en reportant $I_1 = a_1^2$ et $I_2 = a_2^2$ et les expressions de Φ_1 et Φ_2 et en introduisant la différence de marche $\Delta_M = r_2 - r_1$:

$$I_{tot}(M) = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \omega \Delta_M/c)$$

ou encore, puisque $\omega/c = 2\pi f/c = 2\pi/c T = 2\pi/\lambda$

$$I_{tot}(M) = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi \Delta_M/\lambda)$$

Au vu de ce résultat, on devrait donc observer des interférences dès qu'on éclaire un écran avec deux sources monochromatiques de même longueur d'onde. On devrait... mais on n'observe rien ! Si l'on éclaire un tableau noir avec deux lampes au sodium (quasi monochromatiques), personne n'y a jamais vu d'interférences. Pourquoi ?

La réponse réside dans le processus d'émission de la lumière : une source lumineuse n'émet pas une sinusoïde éternelle mais une succession de trains d'onde séparés par des intervalles de repos. Mathématiquement, on peut présenter les choses en disant que φ_1 et φ_2 changent régulièrement et prennent à chaque changement de train d'onde une valeur parfaitement aléatoire. Or pour les sources usuelles, la durée d'un train d'onde est certes grande devant la période (de l'ordre de 10^{-15} s, avons-nous vu) mais reste très petite devant le temps d'intégration des récepteurs (puisque une moyenne cache une intégration). Avec une lampe spectrale, la durée d'un train d'onde est de l'ordre de 10^{-11} s et pendant le temps d'intégration (0,1 ms à 1 s des récepteurs les plus rapides aux plus lents), $\varphi_1 - \varphi_2$ varie plusieurs millions de fois et le cosinus prend des valeurs tantôt positives, tantôt négatives et, statistiquement, sa moyenne est nulle et l'on retrouve donc l'additivité des intensités. On dit que les sources sont incohérentes. C'est la seconde particularité des interférences lumineuses. Ce n'est pas le cas ni pour la houle, ni pour le son, ni même pour les ondes radio dont les trains d'onde sont plus longs.

Comment donc observer des interférences lumineuses ? C'est simple sur le papier : rendre les sources synchrones, c'est-à-dire faire en sorte que, pour chaque train d'onde, on ait $\varphi_1 = \varphi_2$. La seule façon pratique est de permettre à l'aide d'un dispositif optique,

appelé diviseur d'onde, qu'une même source envoie vers chaque point M de l'écran deux rayons suivant deux chemins différents, ou ce qui revient au même, qui forme de la source unique deux images différentes. On réalise ainsi deux sources dites cohérentes et l'on a alors :

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(2 \pi \Delta_M / \lambda)$$

3.d Contraste.

L'ensemble des points où l'intensité est maximale correspond à Δ_M / λ entier ou à Δ_M égal à un nombre entier de longueurs d'onde. On dit que cet ensemble est une frange brillante. On a alors $I_{max} = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$.

De même on a une intensité minimale et des franges sombres pour des valeurs semi-entières de l'ordre et alors $I_{min} = I_1 + I_2 - 2 \sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$.

Si I_{min} est nul, les franges sont bien visibles et on dit qu'on a un bon contraste. Si au contraire $I_{max} = I_{min}$, alors I est constant et on ne voit plus rien d'intéressant, on dit qu'on a un contraste nul. Pour chiffrer les choses on définit un contraste γ ou une visibilité V par la formule

$$\gamma \text{ ou } V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

ce qui définit un contraste compris entre 0 et 1 (ou 0% et 100 %).

On a ici :

$$\gamma \text{ ou } V = \frac{2 \sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2 a_1 a_2}{a_1^2 + a_2^2}$$

Cela dit, sauf circonstances exceptionnelles, qui relèveraient d'un dispositif mal conçu, $a_1 \approx a_2$ et une simple application numérique montre que pour $0,5 < a_2/a_1 < 2$ le contraste reste supérieur à 80%, c'est-à-dire très bon alors même que les extrémités de cet intervalle ($a_2/a_1 = 2$ ou $0,5$) relèvent d'un défaut de conception (cf supra). Ce qui permet dans la suite de se placer dans la situation idéalisée où $a_1 = a_2$ et surtout de ne pas s'intéresser aux variations de l'amplitude réelle au cours de la propagation.

3.e Mise en place du formalisme.

Soit un écran dont les points M sont éclairés par deux sources S_1 et S_2 . La première question à se poser est : « sources cohérentes ou non ? » Si la réponse est non, on calculera les intensités qu'on obtiendrait avec la première source seule et avec la seconde seule et on les additionne. Même démarche dans toute situation de non-cohérence (deux longueurs d'onde par exemple). Si la réponse est oui (source unique et monochromatique), on procède comme suit :

1. On calcule la différence de marche $\Delta = [S_2 M] - [S_1 M]$ à partir des images de la source S unique, ou encore $\Delta = [SM]_2 - [SM]_1$, différence de marche entre les deux

rayons partant de S et arrivant en M ; les deux méthodes donnent le même résultat et l'on choisit la mieux adaptée au problème. Cette étape nécessite la connaissance du dispositif expérimental et c'est la seule. La suite est donc commune à tous les dispositifs.

2. On appelle $\underline{s}_1$ l'amplitude du premier rayon quand il arrive en M ; le second déphasé de $\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ a donc pour amplitude $\underline{s}_2 = \underline{s}_1 \exp(-j\varphi)$
3. Comme les sources sont cohérentes, on additionne les amplitudes et l'on arrive à $\underline{s}_{tot} = \underline{s}_1 (1 + \exp(-j\varphi))$
4. L'intensité en est le carré du module

$$I = \underline{s}_{tot} \underline{s}_{tot}^* = \underline{s}_1 \underline{s}_1^* (1 + \exp(-j\varphi)) (1 + \exp(j\varphi)) = 2 \underline{s}_1 \underline{s}_1^* (1 + \cos \varphi)$$

soit en notant que le maximum quand φ varie est $I_{max} = 4 \underline{s}_1 \underline{s}_1^*$

$$I = I_{max} \frac{1 + \cos \varphi}{2} = I_{max} \frac{1 + \cos(2\pi \frac{\Delta}{\lambda})}{2}$$

Il va de soi qu'il faut absolument savoir cela par cœur.

3.f Quelques dispositifs historiques.

Citons ici pour mémoire quelques dispositifs classiques dont la maîtrise relève du savoir-faire expérimental et est donc en dehors des possibilités offertes par un cours en ligne. Le premier, historiquement parlant, est le dispositif des trous d'YOUNG, le plus simple, mais le moins lumineux, le moins pédagogique aussi car il est fondé sur la diffraction dont on ne peut expliquer les principes qu'après le cours sur les interférences (ce phénomène sera étudié dans le chapitre D-XII). Il utilise le fait que, lorsqu'un faisceau lumineux travers un tout petit trou, il ressort en un faisceau fortement élargi qui semble provenir du trou ; on dit que la lumière diffracte. Les deux trous se comportent comme deux sources cohérentes (voir figure 3 p. 13)

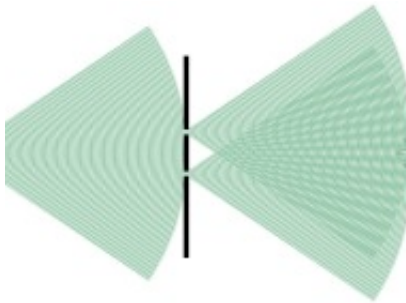


FIGURE 3 – Trous d'Young.

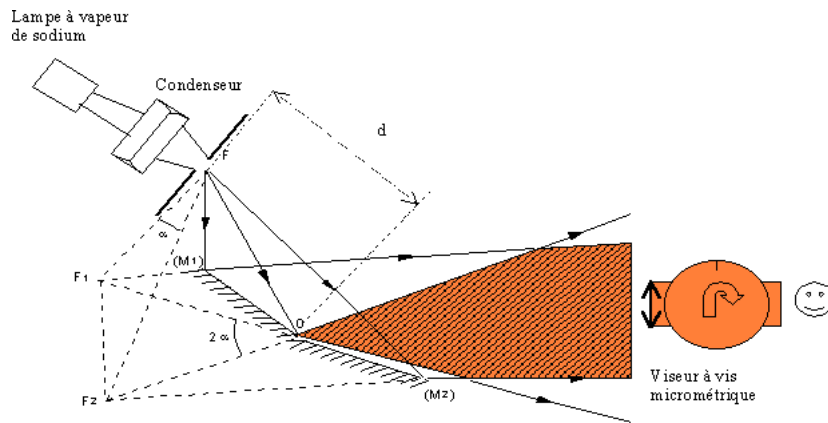


FIGURE 4 – Miroirs de Fresnel.

Bien sûr ce n'est que dans la zone où les deux faisceaux issus de deux trous se superposent qu'ont lieu les interférences ; cette zone s'appelle le *champ d'interférences*.

Les miroirs de FRESNEL (voir figure 4 p. 14) sont deux miroirs rectangulaires, accolés par l'un de leur côtés et dont les plans font un tout petit angle ; ils sont éclairés en lumière presque rasante. Ils forment deux images de la même source qui servent de sources cohérentes. Sur le schéma ci-dessous, on a visualisé les deux faisceaux qui émergent des deux miroirs et tracé le champ d'interférences.

Les bilentilles de BILLET (voir figure 5 p. 14) sont obtenues en sciant une lentille selon un plan passant par son axe optique et en décalant les deux moitiés latéralement, selon le schéma.

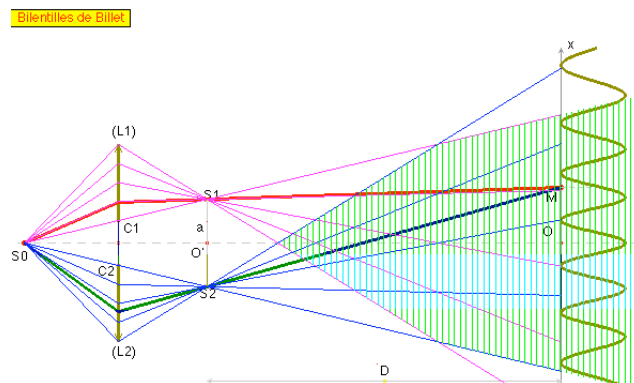


FIGURE 5 – Bilentilles de Bilet.

Enfin, le biprisme de FRESNEL (voir figure 6 p. 15) consiste en un prisme isocèle de petit angle, qu'on considère comme deux prismes rectangles isocèles accolés par leurs petits côtés. Chaque prisme dévie la lumière vers sa base selon le schéma.

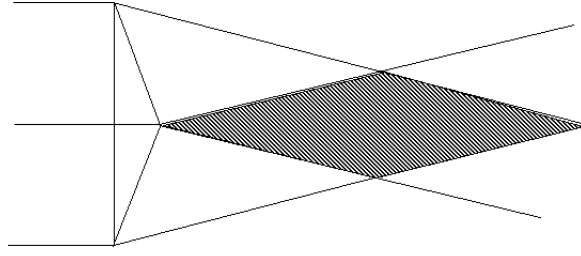


FIGURE 6 – Biprisme de Fresnel.

Pour ces derniers dispositifs, les lois de l'optique géométriques permettent de placer les deux images de la source et de tracer le champ d'interférences. Pour des raisons explicitées plus loin (impossibilité de les utiliser avec des sources larges), ils sont peu lumineux et délaissés au profit d'autres dispositifs et je ne vois guère d'intérêt à poursuivre plus avant leur étude.

4 Calcul de différences de marche. Systèmes de franges.

On sera systématiquement confronté à la situation suivante : deux sources, images d'une même source, placées en deux points A et B , émettent en phase et de façon cohérentes deux ondes monochromatiques. On place un écran assez loin de ces deux sources ; en un point M de cet écran, pour le rayon issu de la source A et arrivant en M , l'onde, à son arrivée en M , est déphasée par rapport à son émission en A de $2\pi \frac{\|\vec{AM}\|}{\lambda}$ (cf supra). De même, l'onde issue de B arrive en M déphasée de $2\pi \frac{\|\vec{BM}\|}{\lambda}$ et le déphasage en M de ces deux ondes est donc

$$2\pi \frac{\|\vec{AM}\| - \|\vec{BM}\|}{\lambda}$$

et l'on est donc systématiquement amené à calculer la différence de marche

$$\Delta = \|\vec{AM}\| - \|\vec{BM}\|$$

Nous allons étudier ici les situations les plus classiques

4.a Lemme : un résultat toujours valable

Dans la figure 7 p. 16, O est le milieu de AB et l'on comparera $r_A = \|\vec{AM}\|$ et $r_B = \|\vec{BM}\|$ à $r = \|\vec{OM}\|$; on notera $a = \|\vec{AO}\|$ donc $\frac{a}{2} = \|\vec{AO}\| = \|\vec{OB}\|$

Le théorème de Pythagore généralisé (appelé en France, depuis les années 1990, théo-

rème d'Al-Kashi³⁾ permet d'affirmer que :

$$\|\overrightarrow{BM}\|^2 = \|\overrightarrow{OM}\|^2 + \|\overrightarrow{OB}\|^2 - 2 \|\overrightarrow{OM}\| \|\overrightarrow{OB}\| \cos \alpha$$

Du reste sa démonstration est élémentaire avec le théorème de Chasles et l'interprétation trigonométrique du produit scalaire :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{BM}\|^2 = \overrightarrow{BM}^2 &= (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB})^2 = \overrightarrow{OM}^2 + \overrightarrow{OB}^2 - 2 \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OB} = \\ &\|\overrightarrow{OM}\|^2 + \|\overrightarrow{OB}\|^2 - 2 \|\overrightarrow{OM}\| \|\overrightarrow{OB}\| \cos \alpha \end{aligned}$$

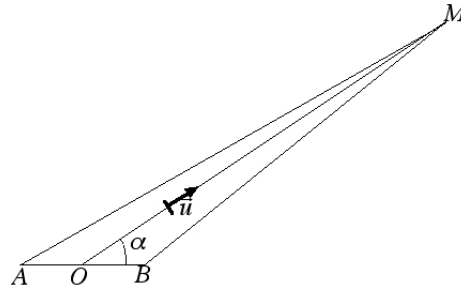


FIGURE 7 – Lemme.

Avec nos notations, on a donc

$$r_B^2 = r^2 - 2r \frac{a}{2} \cos \alpha + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Or r est supposé grand devant a , donc en se limitant au premier ordre en $\frac{a}{r}$, on a

$$r_B^2 = r^2 - ar \cos \alpha = r^2 \left(1 - \frac{a}{r} \cos \alpha\right)$$

soit en prenant la racine et avec un classique développement limité à l'ordre 1

$$r_B = r \left(1 - \frac{a}{r} \cos \alpha\right)^{\frac{1}{2}} \approx r \left(1 - \frac{a}{2r} \cos \alpha\right) = r - \frac{a}{2} \cos \alpha$$

On procède de même pour r_A ; pour éviter les calculs, il suffit, selon son humeur, de remplacer soit a en $-a$, soit α en $\pi - \alpha$ (et donc $\cos \alpha$ en $-\cos \alpha$), d'où

$$r_A = r + \frac{a}{2} \cos \alpha \quad \text{et} \quad \Delta = \|\overrightarrow{AM}\| - \|\overrightarrow{BM}\| = r_A - r_B = a \cos \alpha$$

Comme ce résultat ne fait pas apparaître r , il reste valable, a et α étant fixes, si r tend vers l'infini, c'est à dire si les deux rayons AM et BM sont parallèles dans la direction

3. mathématicien et astronome persan (vers 1380, Kashan (Iran) - 1429, Samarcande (Ouzbékistan)).

faisant l'angle α avec AB ; dans la pratique expérimentale, une lentille convergente formera, du point M à l'infini, une image dans son plan focal image.

Remarque : on peut penser à la relation entre le cosinus et le produit scalaire car $a \cos \alpha$ est la longueur de la projection de AB sur OM de vecteur unitaire noté $\vec{u}$ donc le produit scalaire de $\vec{AB}$ par $\vec{u}$; on peut donc aussi écrire $\Delta = \vec{u} \cdot \vec{AB}$

Nous allons maintenant appliquer ce résultat à quatre situations classiques selon d'une part que l'écran est parallèle ou orthogonal à AB , d'autre part qu'il est à distance finie ou infinie (comprenez alors qu'il est dans le plan focal image d'une lentille convergente). Bien que le résultat qui vient d'être établi suffise à tout démontrer, nous allons donner chaque fois que ce sera possible, une variante «classique».

4.b L'écran est à distance finie et perpendiculaire à la droite qui joint les sources.

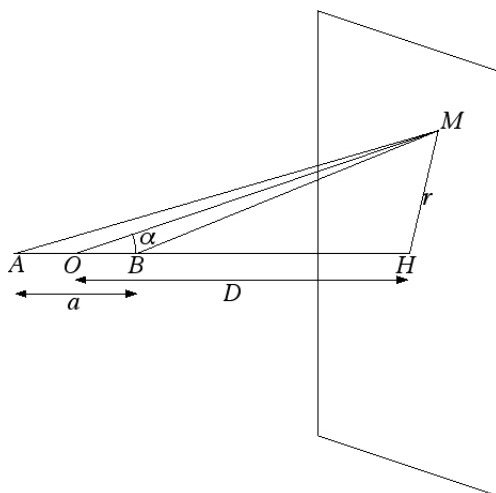


FIGURE 8 – Ecran perpendiculaire à AB.

La figure 8 p. 17 est la précédente auquel on a rajouté l'écran ; il n'est pas plus réaliste car en pratique D , distance du point O à l'écran est grand devant $a = AB$ mais il faut bien que le schéma soit lisible.

La figure est de révolution autour de la droite AB qui coupe le plan de l'écran en H ; seule la distance $r = HM$ influe donc sur le résultat. On part de ce qui a été établi dans le cas général (cf supra : $\Delta = a \cos \alpha$) et l'on s'adapte à la situation :

$$\Delta = a \cos \alpha = a \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}}$$

Comme en pratique, les figures d'interférences ou de diffraction sont peu étendues, r est

lui aussi petit devant D et l'on peut poursuivre par une approximation :

$$\Delta = a \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}} = a \frac{1}{\sqrt{1 + (r/D)^2}} = a [1 + (r/D)^2]^{-\frac{1}{2}} \approx a \left[1 - \frac{r^2}{2D^2} \right]$$

La symétrie de révolution entraîne que les franges d'interférences sont circulaires ; puisqu'ils dépendent de l'angle α , inclinaison des rayons par rapport à l'axe, on parle alors d'*anneaux d'égale inclinaison*.

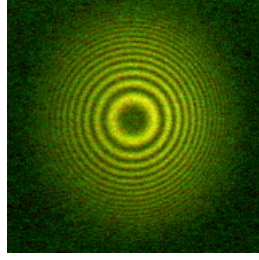


FIGURE 9 – Anneaux d'égale inclinaison.

La valeur de a dépend du dispositif expérimental. Supposons pour fixer les idées qu'on ait $a = p\lambda$ avec p entier et donc $\Delta(r) = p\lambda(1 - r^2/2D^2)$. Alors l'intensité est maximale au point O où Δ est égal à a . Le rayon r_1 du cercle correspond au maximum d'intensité le plus proche correspond à $\Delta = (p-1)\lambda$ d'où $p\lambda(1 - r_1^2/2D^2) = (p-1)\lambda$ et finalement $r_1 = D\sqrt{2/p} = D\sqrt{2\lambda/a}$. De même le k -ième cercle d'intensité maximale correspond à $\Delta = (p-k)\lambda$ et le même type de calcul conduit à $r_k = D\sqrt{2k/p} = D\sqrt{2k\lambda/a} = r_1\sqrt{k}$, ce qui correspond à la figure 9 p. 18.

Remarque : reprenons cette étude d'un autre point de vue : le rayon ρ_ℓ correspondant à l'ordre ℓ , c'est à dire à $\Delta = \ell\lambda$ est tel que $a(1 - \rho_\ell^2/2D^2) = \ell\lambda$ soit $\rho_\ell = D\sqrt{2(1 - \ell\lambda/a)}$, ce qui suppose $\ell < a/\lambda$. Si le dispositif expérimental permet que a varie et donc ρ_ℓ aussi, on dit que les franges défilent ; par exemple si a diminue, le rayon des franges diminue et la frange d'ordre ℓ finit par disparaître quand a/λ devient inférieur à ℓ .

4.c L'écran est à distance finie et parallèle à la droite qui joint les sources.

Plus de symétrie de révolution ici ; on note H la projection du point O sur l'écran et le point M y est repéré dans un repère orthonormé Hxy avec Hx parallèle à AB (voir figure 10 p. 19).

On part encore de ce qui a été établi dans le cas général ($\Delta = a \cos \alpha$) et l'on cherche aussi à s'adapter à la situation. C'est plus dur ici d'évaluer le $\cos \alpha$ car le plan contenant A , B et M n'est pas le plan Hxz ; chaque fois, en optique physique, que la trigonométrie

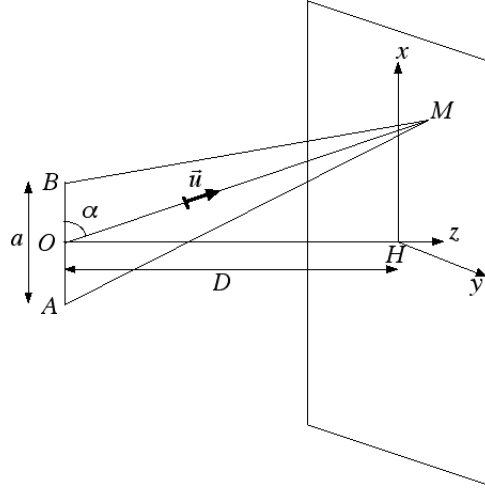


FIGURE 10 – Ecran parallèle à AB.

n'est pas directement applicable, il faut penser à la seconde formulation du résultat du lemme ; on partira donc en fait de $\Delta = \vec{u} \cdot \vec{AB}$

La suite coule de source, sachant que x et y sont petits devant D , comme précédemment :

$$\begin{aligned}\vec{OM} &= \vec{OH} + \vec{HM} = D \vec{e}_z + x \vec{e}_x + y \vec{e}_y \\ \|\vec{OM}\| &= \sqrt{D^2 + x^2 + y^2} \approx D \quad \text{à l'ordre 1} \\ \vec{u} &= \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|} \approx \frac{x}{D} \vec{e}_x + \frac{y}{D} \vec{e}_y + \vec{e}_z \\ \text{or } \vec{AB} &= a \vec{e}_x \quad \text{d'où} \quad \Delta \approx \vec{u} \cdot \vec{AB} = \frac{ax}{D}\end{aligned}$$

Variante : on trouve plus fréquemment dans la littérature un calcul direct et tout à fait recevable

$$\begin{aligned}\vec{AM} &= \vec{OM} - \vec{OA} = (D \vec{e}_z + x \vec{e}_x + y \vec{e}_y) - \left(-\frac{a}{2} \vec{e}_x\right) = D \vec{e}_z + \left(x + \frac{a}{2}\right) \vec{e}_x + y \vec{e}_y \\ r_A^2 &= \vec{AM}^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = D^2 \left[1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2\right] \\ r_A &= D \left[1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \approx D \left[1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right] \\ r_A &\approx D + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D} + \frac{y^2}{2D}\end{aligned}$$

$$\text{de même} \quad r_B \approx D + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D} + \frac{y^2}{2D}$$

$$\Delta = r_A - r_B = \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D} = \frac{4x \frac{a}{2}}{2D} = \frac{ax}{D}$$



FIGURE 11 – Franges rectilignes.

L'intensité lumineuse se calcule à partir de la formule générale établie plus haut dans laquelle on reporte l'expression de la différence de marche Δ :

$$I(x, y) = I_{max} \frac{1 + \cos(2\pi \frac{\Delta}{\lambda})}{2} = I_{max} \frac{1 + \cos(2\pi \frac{ax}{\lambda D})}{2}$$

ce qui correspond aux *franges rectilignes*⁴ de la figure 11 p. 20.

La périodicité vis-à-vis de x s'appelle l'interfrange et vaut donc $i = \lambda D/a$. Pour D de l'ordre du mètre, a du millimètre et λ du micromètre (valeurs typiques), i est de l'ordre du millimètre.

4.d L'écran est à l'infini et parallèle à la droite qui joint les sources.

Bien sûr, par « à l'infini », on comprend « dans le plan focal image d'une lentille convergente ». La difficulté réside dans l'identification du vecteur $\vec{u}$ du lemme établi plus haut. La plupart du temps, on trouve dans la littérature le point O , milieu de AB , sur l'axe de la lentille, mais ça n'est *absolument pas* nécessaire et *sans effet* sur le résultat. Comme dans la situation précédente, on a choisi, dans le plan focal, l'origine au foyer-image F' et l'axe $F'x$ parallèle à AB (voir figure 12 p. 21).

Considérons un rayon *fictif* passant par le centre optique C de la lentille, donc *non dévié*, et coupant le plan focal image au point M ; tous les rayons qui sont, en amont de la lentille, parallèles à ce rayon CM convergent dans le plan focal image donc forcément au point M . En particulier, les rayons *réels* AI et BJ , parallèles à CM de vecteur directeur $\vec{u}$, traversent la lentille en I et J sont les rayons qui arrivent en M qui s'avère être l'image du point à l'infini dans la direction de $\vec{u}$. Le lemme établi plus haut suffit à affirmer que $\Delta = \vec{u} \cdot \vec{AB} = a \cos \alpha$ où α est l'angle entre AB et $\vec{u}$.

4. compte tenu de l'approximation commise ; en fait ce sont des portions d'hyperbole (cf supra).

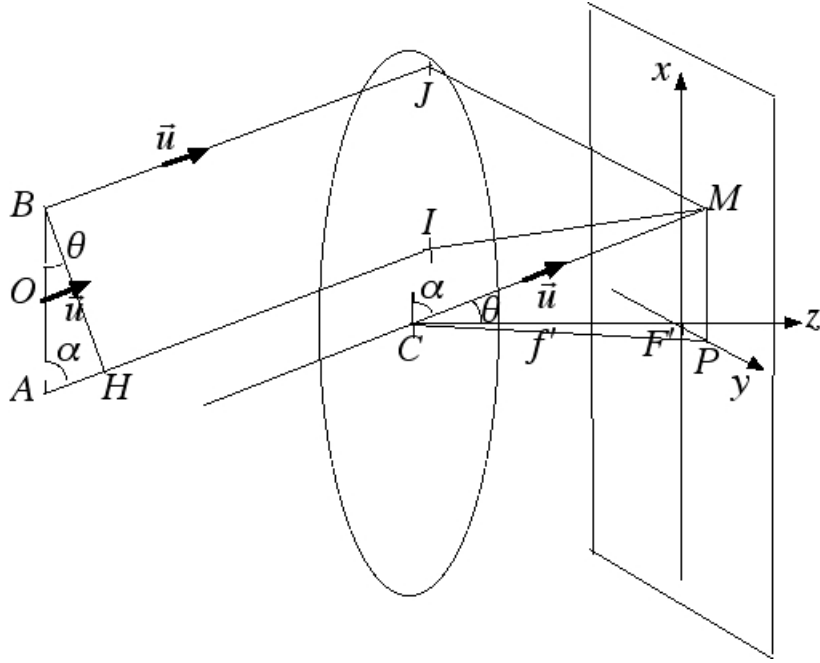


FIGURE 12 – Ecran à l'infini parallèle à AB.

Variante : on peut aussi retrouver ce résultat en utilisant à bon escient le théorème de Malus. Le calcul direct des chemins optiques peut être tentant car on a l'*illusion fallacieuse*⁵ que $AI = BJ$, c'est oublier qu'une lentille n'est pas un plan sans épaisseur, le point I , par exemple, symbolise la traversée de la lentille entre un point I_1 sur la face avant et un point I_2 sur la face arrière et il n'y a aucune raison, parce que la lentille est bombée, que I_1I_2 soit égal à J_1J_2 ; la démonstration qui suit contourne le problème.

Imaginons l'expérience de pensée suivante, fondée sur le retour inverse de la lumière : une source lumineuse placée en M émet vers la gauche des rayons divergents dont les rayons MI et MJ passant par A et B et le rayon MC non dévié ; ces rayons ressortent parallèles à CM . Les surfaces d'onde, orthogonales aux rayons, sont donc les plans orthogonaux au vecteur unitaire $\vec{u}$ de CM ; l'une d'elles passe par B et coupe AI en H . Dans cette expérience donc, A et H sont en phase donc à la même distance optique de la source, c'est à dire que les chemins optiques $[MB]$ et $[MH]$ sont égaux ; comme les chemins optiques sont les mêmes dans la vraie expérience, $[BM]$ et $[HM]$ sont égaux, d'où, en supposant qu'on est dans l'air d'indice quasiment égal à 1,

$$\Delta = [AM] - [BM] = ([AH] + [HM]) - [BM] = [AH] = AH = a \cos \alpha = \vec{u} \cdot \vec{AB}$$

On retrouve bien ainsi physiquement le résultat du lemme paragraphe.

5. d'accord, c'est pléonastique, mais c'est une façon d'insister lourdement

Le vecteur $\vec{u}$ se calcule exactement comme dans la situation précédente (écran parallèle à AB à distance finie), à ceci près que OH est remplacé par CF' donc D par f' distance focale image de la lentille, d'où :

$$\begin{aligned}\vec{u} &\approx \frac{x}{f'} \vec{e}_x + \frac{y}{f'} \vec{e}_y + \vec{e}_z \\ \text{or } \vec{AB} &= a \vec{e}_x \quad \text{d'où} \quad \Delta = \vec{u} \cdot \vec{AB} \approx \frac{ax}{f'} \\ I(x, y) &= I_{max} \frac{1 + \cos(2\pi \frac{\Delta}{\lambda})}{2} = I_{max} \frac{1 + \cos(2\pi \frac{ax}{\lambda f'})}{2}\end{aligned}$$

et l'on retrouve les franges rectilignes de la figure 11 p. 20.

4.e L'écran est à l'infini et perpendiculaire à la droite qui joint les sources.

Là non plus, il n'est pas nécessaire que AB soit sur l'axe de la lentille. Et bien sûr, puisqu'on veut connaître ce qui se passe dans tout le plan de l'écran, M n'est pas *a priori* dans le plan contenant AB et l'axe de la lentille (voir figure 13 p. 22).

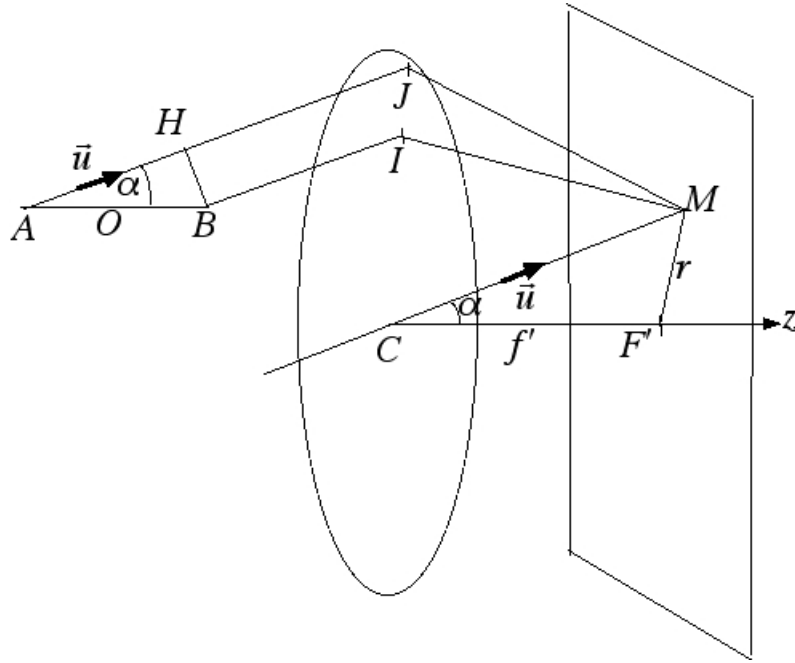


FIGURE 13 – Ecran à l'infini perpendiculaire à AB .

Tout ce qui a été dit dans la configuration précédente avec écran à l'infini (identification du vecteur $\vec{u}$, utilisation du lemme ou utilisation, dans les mêmes termes, du théorème de Malus) reste valable, donc $\delta = AH = a \cos \alpha$.

Quant au calcul du $\cos \alpha$, il est en tous points analogue à celui mené avec un écran perpendiculaire à AB à distance finie, en remplaçant O par C , H par F' et donc D par f' , distance focale image, d'où

$$\Delta = a \cos \alpha = a \frac{f'}{\sqrt{f'^2 + r^2}} \approx a \left[1 - \frac{r^2}{2 f'^2} \right]$$

et l'on retrouve les franges d'égale inclinaison de la figure 9 p. 18.

4.f Sources à l'infini

Evoquons pour finir le cas où les deux sources sont à l'infini, dans des directions différentes⁶, et l'écran est à distance finie. Il est donc éclairé par deux faisceaux parallèles. L'un est en $\exp j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{OM} + \phi_1)$ et l'autre en $\exp j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{OM} + \phi_2)$. Pour alléger les calculs, on choisira l'origine O de sorte $\phi_1 = \phi_2 = 0$ et la figure ci-dessous est faite dans un plan parallèle à $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$; on a choisi pour Ox la direction bissectrice de $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ (voir figure 14 p. 23). Il est plus simple dans ce cas de chercher directement les phases des faisceaux sans passer par la différence de marche.

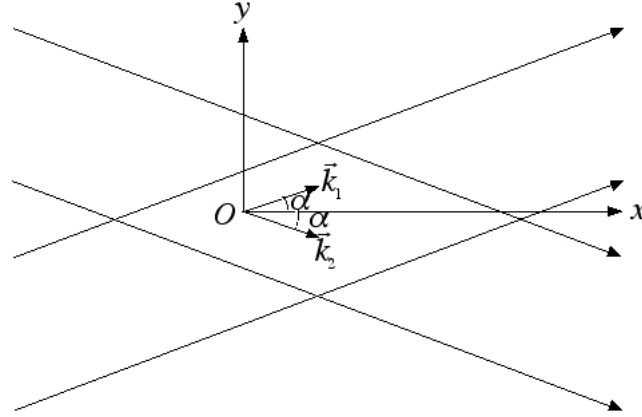


FIGURE 14 – Sources à l'infini.

Dans l'air (par exemple), les vecteurs d'onde ont pour module ω/c et donc

$$\vec{k}_1 = (\omega/c) (\cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_y) \quad \vec{k}_2 = (\omega/c) (\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_y)$$

Avec $\vec{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$, les amplitudes complexes des deux faisceaux et leur somme sont

$$\underline{s}_1 = s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} - \frac{y \sin \alpha}{c} \right) \quad \underline{s}_2 = s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} + \frac{y \sin \alpha}{c} \right)$$

6. C'est la situation obtenue par un biprisme de Fresnel éclairé en lumière parallèle.

$$\underline{s}_{tot} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} \right) \left[\exp j\omega \frac{y \sin \alpha}{c} + \exp -j\omega \frac{y \sin \alpha}{c} \right]$$

$$s_{tot} = 2 j s_0 \exp j\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha}{c} \right) \sin \frac{\omega y \sin \alpha}{c}$$

Et l'intensité s'obtient en prenant le carré du module ; l'exponentielle complexe et j sont de module unité donc

$$I = 4 s_0^2 \sin^2 \frac{\omega y \sin \alpha}{c}$$

soit encore, avec $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$I = 4 s_0^2 \sin^2 \left(2\pi \frac{y \sin \alpha}{\lambda} \right)$$

On obtient des franges rectilignes d'interfrange et $i = \lambda / \sin \alpha$ indépendamment de la position de l'écran, ce qui n'étonne guère : quand on se déplace un peu par rapport à des sources à l'infini, ça ne change pas grand chose à la situation.

5 Cohérence temporelle.

On classe sous le nom de *cohérence temporelle* tout ce qui a rapport à la durée finie des trains d'onde, soit directement, soit indirectement par les écarts au monochromatisme de la source. Dans ce qui suit, le dispositif interférentiel n'est pas précisé et l'on s'intéresse uniquement au lien entre la différence de marche Δ et l'intensité lumineuse I (voir plus haut la mise en place du formalisme qui justifie cette approche).

5.a Approche directe.

Soit une source monochromatique de longueur d'onde λ et de période T (avec $\lambda = cT$ dans le vide ou l'air, par exemple) dont les trains d'onde ont une durée $\theta \gg T$.

Si $\Delta > c\theta$ ou $\Delta/c > \theta$, c'est à dire que le retard pris par le train d'onde sur le plus long des deux chemins (ou voies) est plus grand que la durée de ce train, alors, au point d'interférence correspondant, il y a interférence entre un train d'onde arrivé par l'une de voies et un *autre* train d'onde arrivée par l'autre ; ces deux trains d'onde sont incohérents par la nature même de l'émission de lumière. Il n'y a donc plus d'interférences. Le champ d'interférences d'un dispositif expérimental, outre ses limitations géométriques (voir les exemples ci-dessus) a une limitation physique résumée par $\Delta < c\theta$.

On appelle le produit $c\theta$ *longueur de cohérence*. Avec θ de l'ordre de 10^{-11} s pour une lampe spectrale, elle est de l'ordre du millimètre. En pratique donc, pas d'interférences quand la différence de marche excède quelques millimètres. Avec une lampe à incandescence, c'est beaucoup moins, avec un laser, beaucoup plus.

Plus finement, étudions le cas où Δ (supposé positif quitte à permuter la numérotation des deux voies) est inférieur à $c\theta$ et choisissons l'origine du temps de sorte qu'un train d'onde arrive au point de calcul correspondant à Δ entre $t = 0$ et $t = \theta$. Alors ce même train d'onde arrive au même point mais par l'autre voie entre $t = \Delta/c$ et $t = \Delta/c + \theta$. Il n'y a cohérence qu'entre $t = \Delta/c$ et $t = \theta$ et l'intensité est alors :

$$I = I_{max} \frac{1 + \cos(2\pi \frac{\Delta}{\lambda})}{2}$$

avec $I_{max} = 4I_1$ (I_1 est l'intensité d'un des rayons, s'il était seul, voir plus haut). Par contre entre $t = 0$ et $t = \Delta/c$, il y a incohérence est :

$$I = 2I_1^2 = I_{max}/2$$

Le temps caractéristique des capteurs est très grande devant θ (cf supra) et ceux-ci font donc une moyenne au *prorata temporis* de ces deux expressions soit, en notant $\xi = \frac{\Delta}{c\theta} \in [0, 1]$:

$$I = \frac{I_{max}}{2} \left\{ \xi + (1 - \xi) \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \right) \right] \right\}$$

où ξ varie certes avec Δ mais beaucoup moins rapidement que $2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$; entre un maximum relatif (en physique on dit plutôt un *maximum local*) de I et le minimum qui le suit immédiatement, ξ peut être considéré comme constant. Les intensités d'un maximum local (le cosinus local vaut 1) et le minimum voisin (le cosinus vaut -1) sont respectivement :

$$I_{max\,loc} = \frac{I_{max}}{2} [\xi + 2(1 - \xi)] = \frac{I_{max}}{2} (2 - \xi)$$

$$I_{min\,loc} = \frac{I_{max}}{2} [\xi + 0(1 - \xi)] = \frac{I_{max}}{2} \xi$$



FIGURE 15 – Mise en évidence de la cohérence temporelle.

La définition du contraste ou visibilité, adaptée au contexte, donne un contraste local :

$$V(\xi) = \frac{(2 - \xi) - \xi}{(2 - \xi) + \xi} = 1 - \xi$$

Le contraste local varie donc linéairement avec ξ donc avec Δ . La figure d'interférence est bien contrastée en son centre ($\Delta = 0$) et de moins en moins quand on s'en éloigne jusqu'à sa limite $\Delta = c\theta$. Cela dit puisque $\theta \gg T$ avec les dispositifs historiques décrits

ci-dessus, cette limite est largement en dehors du champ géométrique d'interférences et le contraste y reste bon. On verra plus loin comment mettre ce phénomène en évidence (interféromètre de MICHELSON).

La figure 15 p. 25 montre des franges rectilignes avec Δ nul au centre et augmentant en valeur absolue lorsqu'on s'en éloigne vers la gauche ou la droite ; on visualise nettement la baisse de contraste.

5.b Lien avec le non-monochromatisme.

Modélisons un train d'onde sinusoïdal par une sinusoïde modulée (multipliée) par une fonction limitée dans le temps qui soit particulièrement simple, à savoir un créneau de durée θ , c'est-à-dire que l'amplitude du train d'onde au niveau de la source est en notation complexe :

$$\begin{cases} s(t) = s_0 \exp[i(\omega_0 t)] & \text{si } |t| < \frac{\theta}{2} \\ s(t) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Par la transformation de FOURIER en $s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(\omega) \exp[i(\omega t)] d\omega$ avec, à une constante multiplicative près :

$$\begin{aligned} \tilde{s}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp[-i(\omega t)] dt = s_0 \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} \exp[i(\omega_0 - \omega)t] dt = \dots \\ &\dots = \left[s_0 \frac{\exp[i(\omega_0 - \omega)t]}{i(\omega_0 - \omega)} \right]_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} = 2 s_0 \frac{\sin[(\omega_0 - \omega) \frac{\theta}{2}]}{(\omega_0 - \omega)} \end{aligned}$$

soit encore en introduisant la fonction « sinus cardinal »⁷ définie par $\text{snc } x = \frac{\sin x}{x}$:

$$\tilde{s}(\omega) = s_0 \theta \text{snc} \left[(\omega_0 - \omega) \frac{\theta}{2} \right]$$

Donnons maintenant une interprétation physique au théorème de PARSEVAL soit :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{s}(\omega)|^2 d\omega$$

Le premier membre est l'intégrale dans le temps de l'intensité donc l'énergie totale donc le second donne la répartition de cette énergie dans la spectre des fréquence $|\tilde{s}(\omega)|^2$ est une densité spectrale d'énergie ; elle est ici :

$$|\tilde{s}(\omega)|^2 = s_0^2 \theta^2 \text{snc}^2 \left[(\omega_0 - \omega) \frac{\theta}{2} \right]$$

7. Elle sera détaillée dans le prochain chapitre sur la diffraction.

On sait que la fonction $\text{snc}^2(x)$ est négligeable en dehors de l'intervalle $[-\pi, \pi]$ donc dans notre cas, l'énergie est concentrée sur la bande spectrale $\omega \in [\omega_0 - \frac{2\pi}{\theta}, \omega_0 + \frac{2\pi}{\theta}]$ d'autant plus étroite que la durée θ du train d'onde est grande.

Cette intrusion dans le monde de la transformation de FOURIER montre bien que la durée finie d'un train d'onde s'accompagne d'un élargissement spectral, et l'onde ne peut plus être considérée comme monochromatique. Cette propriété reste vraie avec d'autres formes de modulation de durée finie mais les calculs s'ils sont possibles ou la démonstration théorique sinon, sont plus complexes et relèvent des mathématiques.

5.c Interférences avec une source à largeur spectrale.

Etudions ici le cas d'une source idéalisée émettant avec une égale puissance toutes les radiations de nombres d'onde⁸ compris entre σ_1 et σ_2 . (Ce profil « rectangulaire » est bien sûr irréaliste, un profil plus correct serait une puissance nulle avant σ_1 , croissant continûment jusqu'au milieu puis redécroissant pour s'annuler en σ_2 et au delà ; mais les calculs seraient alors bien plus ardu.)

On a vu qu'avec des pulsations différentes, il y a additivité des intensités ; on additionne donc les intensités des phénomènes d'interférences que donnerait seule chacune des radiations, soit $1 + \cos(2\pi\sigma\Delta)$, avec une intégrale pour gérer la sommation sur σ qui varie continûment. On a donc à une constante multiplicative près :

$$I(\Delta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} (1 + \cos(2\pi\sigma\Delta)) d\sigma$$

$$I(\Delta) = \left[\sigma + \frac{\sin(2\pi\sigma\Delta)}{2\pi\Delta} \right]_{\sigma_1}^{\sigma_2}$$

$$I(\Delta) = \left[(\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{(\sin(2\pi\sigma_2\Delta) - \sin(2\pi\sigma_1\Delta))}{2\pi\Delta} \right]$$

soit encore, en notant $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ et $\Delta\sigma = (\sigma_2 - \sigma_1)/2$, donc :

$$I(\Delta) = 2\Delta\sigma + \frac{\sin(2\pi\Delta\sigma\Delta) \cos(2\pi\sigma_m\Delta)}{\pi\Delta} = 2\Delta\sigma [1 + \text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta) \cos(2\pi\sigma_m\Delta)]$$

où l'on retrouve la fonction sinus cardinal. La courbe est donnée par la figure 16 p. 28.

On peut ici aussi définir un contraste local entre un maximum et un minimum successifs, obtenus pour deux valeurs très proches de Δ et confondues dans le calcul qui suit. I_{max} est proportionnel à $1 + |\text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta)|$ et I_{min} à $1 - |\text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta)|$, ce qui conduit à $\gamma = |\text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta)|$, qui devient négligeable quand Δ dépasse nettement $1/\Delta\sigma$.

8. Rappelons que le nombre d'onde σ est l'inverse de la longueur d'onde λ ; ce choix permet d'intégrer sur σ au numérateur plutôt que sur λ au dénominateur.

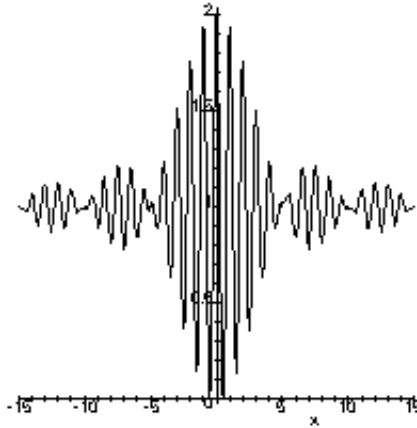


FIGURE 16 – Source à profil spectral rectangulaire.

Remarque 1 : On n’oublie pas de mettre le sinus cardinal en valeur absolue car il peut être négatif, ce qui inverse les valeurs du cosinus pour lesquels l’intensité est maximale et minimale.

Remarque 2 : Avec un profil plus réaliste, on n’observerait pas les « rebonds » du sinus cardinal qui ne sont que des artefacts de notre modélisation et le contraste décroîtrait de façon monotone en s’éloignant de l’ordre d’interférences nul.

Remarque 3 : On retrouve bien un comportement qualitativement identique à celui obtenu avec un train d’onde fini : une diminution du contraste quand on s’éloigne de $\Delta = 0$.

5.d Interférences en lumière blanche.

En grossière approximation (sur le profil spectral), la lumière blanche, c’est-à-dire un mélange de toutes les longueurs d’onde visible de densité spectrale à peu près uniforme, est un cas particulier de ce qui précède avec

$$\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{0,8 \cdot 10^{-6}} = 1,25 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \text{et} \quad \sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{0,4 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{d'où } \sigma_m = 1,9 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \text{ et } \Delta\sigma_m = 0,6 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$

Pour la première valeur non nulle de la différence de marche donnant un maximum relatif d’intensité soit (cf supra) $\Delta = \frac{1}{\sigma_m}$, l’argument du sinus cardinal du contraste est $2\pi \Delta \sigma \Delta = 2\pi \frac{\Delta\sigma}{\sigma_m} \approx 6\pi$ et l’on est déjà dans la zone où le contraste est négligeable. La figure 17 p. 29 est, en bas, celle d’interférences en lumière blanche⁹ ; hormis la zone centrale

9. qui semble plus le résultat d’un calcul par voie informatique qu’une vraie photo.

où l'on retrouve une allure de franges, le reste est légèrement irisé et sans contraste ; plus loin encore, on observerait une zone blanchâtre sans aucun contraste.

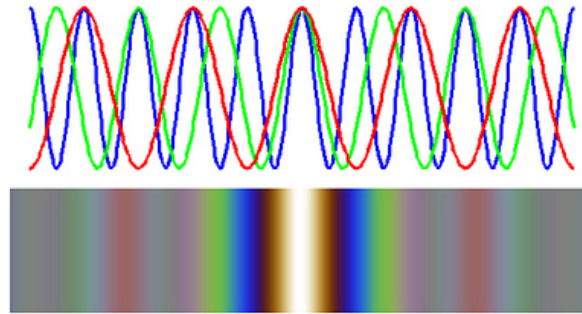


FIGURE 17 – Interférences en lumière blanche.

La partie supérieure de la figure explique les irisations. On a tracé l'intensité en fonction de la différence de marche pour trois longueurs d'onde particulières. Au centre elles sont toutes au maximum et l'on voit du blanc. Juste à côté de part et d'autre, elles sont toutes au voisinage du minimum et l'on voit presque du noir, un brun foncé. Plus loin, certaines courbes sont au maximum (on perçoit les couleurs correspondantes) et d'autres au minimum (on ne les perçoit pas) d'où une résultante colorée et la perception d'*irisations*. Voyons ce qui se passe beaucoup plus loin.

Dans le spectre en lumière blanche plaçons nous en un point où Δ est non nul. L'intensité de la seule radiation de nombre d'onde σ est proportionnelle à $1 + \cos(2\pi\sigma\Delta)$. Observons figure 18 p. 29 donnant l'intensité en fonction de σ , d'une part pour une petite valeur de Δ (à gauche), d'autre part pour une grande valeur (à droite).

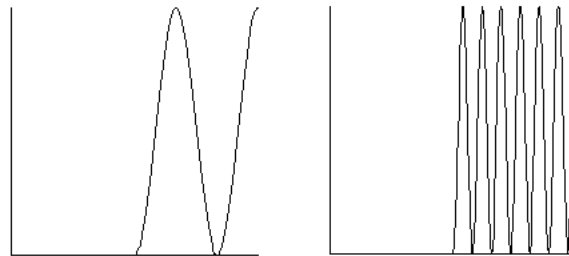


FIGURE 18 – Spectre cannelé 1.

A gauche une seule partie du spectre a une intensité non négligeable : on voit quelque chose de coloré, une irisation. A droite de nombreuses radiations dans tous les domaines du spectre sont au maximum : on voit du blanc et comme l'ordre d'interférence n'est pas petit (typiquement dès qu'il dépasse 3), on appelle ce blanc *blanc d'ordre supérieur*. Si l'on

réalise le spectre de ce blanc (on découpe une fente fine sur l'écran d'observation des franges et l'on place derrière un réseau de diffraction), on s'aperçoit que des radiations sont au minimum car le spectre est rayé de zones sombres, il s'agit d'un *spectre cannelé*, comme sur figure 19 p. 30.



FIGURE 19 – Spectre cannelé 2.

5.e Frange achromatique.

On veut ici explorer des situations plus complexes d'interférences en lumière blanche. Pour fixer les idées, considérons l'expérience d'YOUNG décrite par la figure 20 p. 30 où x et a sont exagérément grandis pour une meilleure lisibilité. On place devant l'un des deux trous une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e et taillée dans un verre d'indice de réfraction n . Sans la lame, la différence de marche au point M de l'écran d'abscisse x serait (cf supra) $\Delta = \frac{ax}{D}$; intercaler une lame d'épaisseur e et d'indice n remplace le chemin optique e par ne (certes le rayon n'est pas tout à fait orthogonal à la lame mais avec de faibles angles les cosinus qui apparaissent sont égaux à l'unité au second ordre près) et la différence de marche devient :

$$\Delta = \frac{ax}{D} + [n(\lambda) - 1]e = \frac{ax}{D} + \left(A + \frac{B}{\lambda^2}\right)e$$

en tenant compte de la dispersion qui fait dépendre l'indice de la longueur d'onde avec la formule semi-empirique $n(\lambda) = 1 + A + \frac{B}{\lambda^2}$.

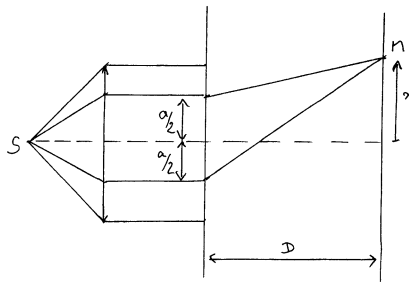


FIGURE 20 – Frange achromatique.

En lumière blanche, les différentes intensités correspondants aux différentes longueurs d'onde pour une même position x sur l'écran sont tantôt maximales, tantôt minimales, ce

qui conduit à un blanc d'ordre supérieur. La seule zone où l'on pourrait voir des franges correspond au voisinage du point où toutes ces fonctions élémentaires ont le même ordre d'interférence (par analogie avec ce qui précède, en $\Delta = 0$ supposé dans le contexte correspondre à un seul point) ou, à la rigueur, à peu près constant ce qui sera le cas si l'ordre d'interférence est extrémal (autour d'un extrémum, une fonction est constante au second ordre près) pour une longueur d'onde particulière λ_0 placée, physiologiquement, là où l'œil est le plus sensible soit dans le jaune.

On veut donc :

$$0 = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\Delta}{\lambda} \right) \Big|_{\lambda=\lambda_0}$$

ce qui conduit après quelques calculs de routines à :

$$x = -\frac{D e}{a} \left(A + \frac{3 B}{\lambda_0^2} \right)$$

qui est l'abscisse autour de laquelle on voit quelques rares franges irisées, zone traditionnellement appelée *frange achromatique*.

Remarque 1 : on trouve assez souvent dans la littérature l'affirmation non justifiée et pire inexacte que la frange achromatique correspond à $\Delta = 0$ qui conduit à un résultat différent mais qui est une bonne approximation dans la mesure où, expérimentalement, on a $\frac{B}{\lambda_0^2} \ll A$.

Remarque 2 : on peut résumer cette étude en disant que l'élargissement spectral de la source entraîne la localisation des interférences. On verra plus loin qu'il en est de même¹⁰ pour l'élargissement spatial de la source.

5.f Interférences avec un doublet.

Parce que c'est un thème proche des précédents, traitons ici le cas d'interférences obtenues avec un lampe spectrale qui émet deux radiations monochromatiques de fréquences très proches, ce qu'on appelle un *doublet*.

On ne précise pas ici le dispositif expérimental utilisé et l'on calculera l'intensité lumineuse en fonction de la différence de marche Δ .

Prenons le cas du doublet du sodium dont les deux composantes ont quasiment la même intensité. On a vu plus haut qu'il n'y a pas cohérence entre phénomènes de fréquences (donc de longueurs d'onde) différentes et il y a dans ce cas additivité des intensités obtenues avec chacune des composantes du doublet. Il sera plus aisé de travailler avec les nombres d'onde σ , inverse des longueurs d'onde. En appelant I_1 , I_2 et I_{tot} les intensités obtenues avec $\sigma_1 = 1/\lambda_1$ seul, $\sigma_2 = 1/\lambda_2$ seul et l'éclairement total, on a

$$I_1 = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_1\Delta)]$$

10. Je suis assez fier de constater que je n'ai jamais rencontré cette remarque ailleurs.

$$I_2 = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_2\Delta)]$$

avec la même valeur de l'intensité maximale I_0 puisque les deux composantes du doublet ont même intensité ; et enfin

$$I_{tot} = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_1\Delta)] + \frac{I_0}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_2\Delta)]$$

$$I_{tot} = \frac{I_0}{2} [2 + \cos(2\pi\sigma_1\Delta) + \cos(2\pi\sigma_2\Delta)]$$

La courbe donnant l'intensité en fonction de la différence de marche (mesurée expérimentalement par un dispositif non explicité) a l'allure de la figure 21 p. 32. δx est l'intervalle entre deux maximums successifs et Δx l'intervalle entre deux points où maximums et minimums sont quasiment égaux.

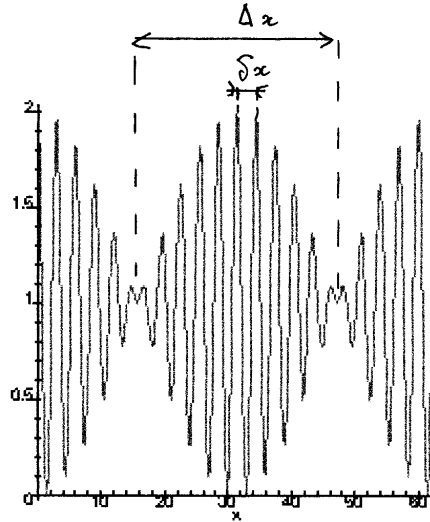


FIGURE 21 – Doublet du sodium.

On peut interpréter le lien entre la courbe et le résultat littéral de deux façons, la première intuitive, la seconde trigonométrique.

Pour la première méthode, bien qu'au sens strict on ne puisse parler de déphasage qu'entre termes de même fréquence, on élargira sans grande difficulté morale cette notion aux deux termes sinusoïdaux de I_{tot} , on aura donc un déphasage

$$\Phi = 2\pi\sigma_2\Delta - 2\pi\sigma_1\Delta = 2\pi(\sigma_2 - \sigma_1)\Delta$$

Ce déphasage varie — lentement — avec Δ ; on l'appellera déphasage local, notons donc

$$\Phi(\Delta) = 2\pi(\sigma_2 - \sigma_1)\Delta$$

Au voisinage des Δ_k tels que $\Phi(\Delta_k) = 2k\pi$, on a $\Phi(\Delta) \approx 2k\pi$ et les deux cosinus sont en phase, donc égaux, soit en confondant σ_1 et σ_2 avec une valeur moyenne σ_m (de définition floue, on le concède)

$$I_{tot} \approx \frac{I_0}{2} [2 + 2 \cos(2\pi \sigma_m \Delta)] = I_0 [1 + \cos(2\pi \sigma_m \Delta)]$$

Autour des Δ_k , l'éclairement total varie pratiquement de 0 à $2I_0$, le contraste est presque égal à 1 (ce qui correspond à des minimums nuls).

Au voisinage des points d'abscisse Δ'_k tels que $\Phi(\Delta'_k) = (2k+1)\pi$, on a $\Phi(\Delta) \approx (2k+1)\pi$ et les deux cosinus sont en opposition de phase, donc opposés et de somme nulle et l'on a

$$I_{tot} \approx \frac{I_0}{2} [2 + 0] = I_0$$

Autour des Δ'_k , l'éclairement total ne varie pratiquement pas, le contraste est presque égal à 0 (ce qui correspond à un éclairement constant).

Sur le graphe Δx (rien à voir avec une différence de marche ; x est une abscisse arbitraire sur la figure, proportionnelle à la différence de marche) est la distance entre deux points de contraste nul soit, en assimilant x avec la différence de marche, $\Delta x = \Delta'_{k+1} - \Delta'_k = \frac{1}{(\sigma_2 - \sigma_1)}$

Sur le graphe δx est la périodicité dans les zones de bon contraste, en particulier celles de contraste proches de 1, donc la périodicité du terme $\cos(2\pi \sigma_m \Delta)$, soit $\delta x = \frac{1}{\sigma_m}$

Le rapport $\Delta x / \delta x$ est donc égal à $\sigma_m / \Delta \sigma$ (où, naturellement, $\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1$) qui est l'inverse de l'écart relatif des deux composantes du doublet. Ceci permet le calcul précis de $\Delta \sigma$, difficilement mesurable autrement.

Variante : reprenons cette étude via la trigonométrie en repartant de la formule donnant l'éclairement total :

$$I_{tot} = \frac{I_0}{2} [2 + \cos(2\pi \sigma_1 \Delta) + \cos(2\pi \sigma_2 \Delta)]$$

Les formules de trigonométrie transformant les sommes en produits conduisent, avec les mêmes notations à

$$I_{tot} = I_0 [1 + \cos(\pi \Delta \sigma \Delta) \cos(2\pi \sigma_m \Delta)]$$

Le facteur $\cos(2\pi \sigma_m \Delta)$ oscille très rapidement entre -1 et $+1$, donc l'éclairement oscille rapidement entre deux fonctions « enveloppes » qui s'entrecroisent en dessinant des fuseaux, respectivement

$$I_0 [1 + \cos(\pi \Delta \sigma \Delta)]$$

$$I_0 [1 - \cos(\pi \Delta \sigma \Delta)]$$

ce qui correspond bien au graphe proposé.

Δx est la largeur d'un fuseau, c'est-à-dire (attention au piège) la demi-période de chacune des fonctions enveloppes, d'où

$$\Delta x = \frac{1}{\Delta \sigma}$$

et δx la période d'oscillation du facteur « haute fréquence », soit

$$\delta x = \frac{1}{\sigma_m}$$

et l'on retrouve que le rapport $\Delta x / \delta x$ est donc égal à $\sigma_m / \Delta \sigma$, avec cette fois, une définition précise de σ_m .

Définissons maintenant un contraste *local*. Sur un intervalle d'une vingtaine de franges autour d'un point où la différence de marche est Δ_0 , la phase $\pi \Delta \sigma \Delta$ varie peu autour de sa valeur centrale $\pi \Delta \sigma \Delta_0$; on peut donc, dans cet intervalle, la considérer constante et faire l'approximation

$$I_{tot} \approx I_0 [1 + \cos(\pi \Delta \sigma \Delta_0) \cos(2 \pi \sigma_m \Delta)]$$

qui est une fonction quasi périodique oscillant entre un maximum et un minimum égaux à

$$I_{max} = I_0 [1 + |\cos(\pi \Delta \sigma \Delta_0)|]$$

$$I_{min} = I_0 [1 - |\cos(\pi \Delta \sigma \Delta_0)|]$$

où l'on a pensé à mettre la valeur absolue du cosinus pour le cas où il serait négatif. La définition du contraste γ (on dit aussi visibilité V) donne

$$\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \dots = |\cos(\pi \Delta \sigma \Delta_0)|$$

et l'on retrouve les zones de contraste maximal ou nul, ce que l'on a développé plus haut.

Si l'interféromètre est éclairé cette fois par le doublet jaune du mercure dont les deux composantes ont des intensités différentes, on retrouve comme dans le cas précédent une alternance de zones de contraste optimal égal à 1 et de contraste minimal, mais celui-ci n'est plus nul.

L'intensité totale est alors

$$I_{tot} = \frac{1}{2} [I_1 + I_1 \cos(2 \pi \sigma_1 \Delta) + I_2 + I_2 \cos(2 \pi \sigma_1 \Delta)]$$

où I_1 et I_2 sont proportionnelles aux intensités émises par les deux raies du doublet.

Au voisinage de certaines valeurs de Δ les deux cosinus sont quasiment en phase et l'on a :

$$\cos(2\pi\sigma_2\Delta) \approx \cos(2\pi\sigma_1\Delta)$$

d'où :

$$I_{tot} \approx \frac{1}{2} [(I_1 + I_2) + (I_1 + I_2) \cos(2\pi\sigma_1\Delta)]$$

Dans ces régions, les extremums sont obtenus quand le cosinus vaut 1 et -1 donc $I_{max} = I_1 + I_2$, $I_{min} = 0$ et $\gamma = 1$

Pour d'autres valeurs de x les deux cosinus sont quasiment en opposition de phase et c'est là que le contraste sera minimum et l'on a :

$$\cos(2\pi\sigma_2\Delta) \approx -\cos(2\pi\sigma_1\Delta)$$

d'où :

$$I_{tot} \approx \frac{1}{2} [(I_1 + I_2) + (I_1 - I_2) \cos(2\pi\sigma_1\Delta)]$$

Dans ces régions, les extremums sont obtenus quand le cosinus vaut 1 et -1 (en supposant, pour fixer les idées que I_1 est supérieur à I_2) donc (on ne détaille pas les calculs) $I_{max} = I_1$, $I_{min} = I_2$ et $\gamma = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$

De la mesure expérimentale du contraste, cette formule permettra aisément de déduire le rapport des intensités des deux raies.

6 Cohérence spatiale.

On classe sous le nom de *cohérence spatiale* tout ce qui a rapport à l'extension spatiale de la source qui n'est jamais complètement ponctuelle. Dans ce qui suit, pour fixer les idées, le dispositif interférentiel est celui des trous d'YOUNG. On mettra en évidence de nombreuses analogies avec la problématique de la cohérence temporelle.

6.a Résolution interférométrique d'une étoile double.

Une étoile E se trouve dans la direction de l'axe optique d'une lentille convergente de centre optique C , de distance focale f' et de foyer F' . On place devant la lentille d'une part un filtre (non représenté sur la figure) qui ne laisse passer que les radiations de longueur d'onde λ et d'autre part un écran placé de deux trous T_1 et T_2 distants de a . On repère les points du plan focal par un repère $F'xy$ où $F'x$ est parallèle à T_1T_2 .

On retrouve, bien sûr, le dispositif des trous d'YOUNG avec interférences à l'infini.

Calculons la différence de marche $\Delta = [ET_2M] - [ET_1M]$ entre les deux rayons qui arrivent au point M de l'écran. On a

$$\Delta = ([ET_2] + [T_2M]) - ([ET_1] + [T_1M]) = ([ET_2] - [ET_1]) + ([T_2M] - [T_1M])$$

On a vu plus haut que dans ce contexte, on a $[T_2M] - [T_1M] = \frac{ax}{f'}$, d'où finalement :

$$\Delta = \frac{ax}{f'}$$

L'intensité en fonction de la position repérée par x est (cf supra) :

$$I = \frac{I_{max}}{2} \left[1 + \cos \left(2 \pi \frac{a x}{\lambda f'} \right) \right]$$

Remarque 2 : L'intensité est indépendante de y , ce qui prouve que la figure d'interférence ne change pas si l'on déplace la source parallèlement à Oy et aussi si l'on déplace en bloc les deux trous parallèlement à Oy et donc qu'elle ne change pas non plus en remplaçant le point source et les trous d'Young par un filament (ou une fente fine éclairée par derrière) et deux fentes (très fines) parallèles. Ceci permet un gain énorme de l'énergie qui traverse le dispositif.

36

Les deux étoiles étant, bien entendu, incohérentes, il y a additivité des intensités. Le calcul de l'intensité au point M pour l'étoile E' supposée seule se mène comme plus haut, soit, en allant un peu plus vite :

$$\Delta' = ([E'T_2] + [T_2M]) - ([E'T_1] + [T_1M]) = ([E'T_2] - [E'T_1]) + ([T_2M] - [T_1M])$$

En utilisant le théorème de MALUS, $[E'T_2] - [E'T_1] = [KT_2] = a \sin \theta \approx a \theta$ (où K est le projeté de T_1 sur $E'T_2$) et $[T_2M] - [T_1M] = a x/f'$ comme plus haut. L'intensité serait donc :

$$I' = 2 I'_0 \left\{ 1 + \cos \left[2 \pi \frac{a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} + \theta \right) \right] \right\}$$

avec une autre constante I'_0 car les deux étoiles ne sont pas identiques.

L'intensité totale est donc :

$$I_{total} = 2 I_0 + 2 I'_0 + 2 I_0 \cos \left(2 \pi \frac{a x}{\lambda f'} \right) + 2 I'_0 \cos \left[2 \pi \frac{a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} + \theta \right) \right]$$

Inutile de faire le moindre calcul, on s'inspire de ce qu'on a dit pour les interférences avec un doublet(cf supra). Si les deux cosinus sont en phase, alors on a :

$$I_{total} = 2 (I_0 + I'_0) + 2 (I_0 + I'_0) \cos \left(2 \pi \frac{a x}{\lambda f'} \right)$$

qui conduit à un contraste unité (cf supra).

Si les deux cosinus sont en opposition de phase, , alors on a :

$$I_{total} = 2 (I_0 + I'_0) + 2 (I_0 - I'_0) \cos \left(2 \pi \frac{a x}{\lambda f'} \right)$$

qui conduit à un contraste minimum $\gamma = \frac{I_0 - I'_0}{I_0 + I'_0}$ (cf supra).

Ceci se produit pour

$$2 \pi \frac{a \theta}{\lambda} = (2p + 1) \pi \quad p \in \mathbb{N}$$

soit

$$a_p = (2p + 1) \frac{\lambda}{2\theta}$$

D'où l'idée du protocole expérimental suivant : On réalise l'expérience avec une petite valeur de a et l'on visualise les franges d'interférences ; puis on fait croître a lentement. Le contraste des franges diminue (si l'étoile est double) et l'on continue jusqu'au minimum de contraste nul ; on atteint ainsi a_1 dont la mesure permet de calculer θ par

$$\theta = \frac{\lambda}{2 a_1}$$

La valeur du contraste minimum permet (cf supra) le calcul du rapport I'_0/I_0 des intensités des deux étoiles.

Remarque 1 : il y a de grandes analogies entre une source ponctuelle « *bi-chromatique* » (un doublet) et une source « *bi-ponctuelle* » monochromatique (étoile double) mais il y a une différence (voir les résultats obtenus) : dans le premier cas on a dans tous les cas un contraste *local* qui évolue entre un maximum et un minimum selon la position dans la figure d'interférence et dans le second on a un contraste uniforme dans la figure d'interférence mais qui évolue entre un maximum et un minimum selon la valeur d'un paramètre expérimental (la distance variable entre les fentes).

Remarque 2 : par rapport à la méthode classique (critère de RAYLEIGH pour les taches d'AIRY, voir chapitre D-XII sur la diffraction), on gagne un facteur 2 ; c'est peu mais c'est toujours bon à prendre.

6.b Expérience d'Young avec une source large.

Dégageons ici une autre analogie, entre une source ponctuelle avec un profil spectral rectangulaire (cf paragraphe 5.c p. 27) et une source rectangulaire monochromatique. Pour tirer part des calculs menés pour une étoile double, prenons ici le cas d'un astre unique mais suffisamment proche pour avoir une largeur angulaire appréciable. Au lieu de faire une somme de deux termes l'un dans l'axe de la lentille l'autre dans une direction θ , faisons une somme continue, une intégrale donc, sur un intervalle angulaire d'amplitude θ_0 entre $-\theta_0/2$ et $\theta_0/2$ (la lentille est pointée sur le centre de l'astre, bien sûr). A une constante multiplicative près, l'intensité totale est donc :

$$\begin{aligned} I(x) &= \int_{-\theta_0/2}^{\theta_0/2} \left\{ 1 + \cos \left[2\pi \frac{a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} + \theta \right) \right] \right\} d\theta = \dots \\ &= \left[\theta + \frac{\lambda}{2\pi a} \sin \left(2\pi \frac{ax}{\lambda f'} + 2\pi \frac{a\theta}{\lambda} \right) \right]_{-\theta_0/2}^{\theta_0/2} = \dots \\ &= \theta_0 + \frac{\lambda}{2\pi a} \left[\sin \left(2\pi \frac{ax}{\lambda f'} + \pi \frac{a\theta_0}{\lambda} \right) - \sin \left(2\pi \frac{ax}{\lambda f'} - \pi \frac{a\theta_0}{\lambda} \right) \right] = \dots \\ &= \theta_0 + \frac{\lambda}{\pi a} \sin \left(\pi \frac{a\theta_0}{\lambda} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda f'} \right) = \theta_0 \left[1 + \text{snc} \left(\pi \frac{a\theta_0}{\lambda} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda f'} \right) \right] \end{aligned}$$

fonction qui varie avec x entre un maximum et un minimum, de valeurs respectives (en faisant abstraction du facteur θ_0) :

$$I_{max} = 1 + \left| \text{snc} \left(\pi \frac{a\theta_0}{\lambda} \right) \right|$$

$$I_{min} = 1 - \left| \text{snc} \left(\pi \frac{a\theta_0}{\lambda} \right) \right|$$

donc de contraste :

$$\gamma = \left| \text{snc} \left(\pi \frac{a \theta_0}{\lambda} \right) \right|$$

qui devient rapidement négligeable que que l'argument du sinus cardinal dépasse plusieurs fois la valeur π donc θ_0 plusieurs fois la valeur $\frac{\lambda}{a}$, ce qui est peu car typiquement λ est de l'ordre du micromètre et a du millimètre.

Conclusion : il faut une source extrêmement fine pour observer des interférences avec un bon contraste mais alors il y a peu de lumière disponible, à moins de trouver une astuce ; nous y venons.

6.c Comment conserver un bon contraste avec une source large. Division d'amplitude et localisation des franges.

• Condition d'obtention d'un bon contraste.

Imaginons le dispositif interférentiel imaginaire¹¹ de la figure 23 p. 39 : d'un point S de la source les deux rayons arrivant en un point M de l'écran (dessiné en violet) où l'on veut observer les interférences sont obtenus par réflexion en des points I_1 et I_2 sur deux miroirs (schématisés par deux traits gras). Aucun autre rayon issu de S n'est censé¹² arriver en M . La différence de marche entre ces deux rayons est :

$$\Delta(S, M) = [SI_1M] - [SI_2M] = (SI_1 + I_1M) - (SI_2 + I_2M)$$

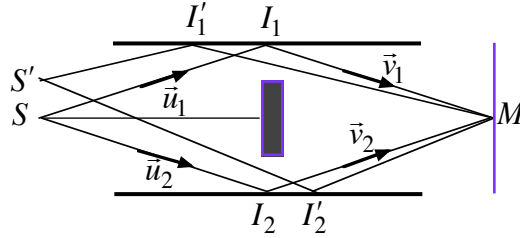


FIGURE 23 – Source large, recherche d'un bon contraste.

Soit un autre point S' de la source supposée large. Pour les deux rayons issus de S' , se réfléchissant respectivement en I_1' et I_2' et arrivant au même point M , la différence de marche est cette fois :

$$\Delta(S', M) = [S'I_1'M] - [S'I_2'M] = (S'I_1' + I_1'M) - (S'I_2' + I_2'M)$$

11. conçu de façon que la figure soit simple à lire.

12. A cet effet sur l'exemple de la figure, on a dû placer entre les miroirs un disque absorbant (peint en noir mat en pratique) qui supprime un éventuel rayon rectiligne allant directement de S à M .

Si S et S' étaient les deux seuls points de la source, une bonne façon d'avoir un bon contraste est (cf supra) que les deux fonctions intensité à additionner soient en phase, donc que les deux différences de marche soient identiques¹³ pour tous les points M de l'écran $\mathcal{E}$. Pour une source large quelconque dont S est un point particulier, cette propriété devra se généraliser pour tous les autres points S' de la source large $\mathcal{S}$. On aura donc un bon contraste avec une source large si :

$$\forall S' \in \mathcal{S} \quad \forall M \in \mathcal{E} \quad \Delta(S', M) = \Delta(S, M)$$

Reste à trouver comment exploiter cela.

• **Exploitation au premier ordre.**

Commençons par choisir un point M particulier de l'écran et supposons que la source large ne le soit pas trop (il faut savoir rester raisonnable) de façon à pouvoir confondre différence et différentielle, c'est à dire se contenter d'une approximation d'ordre 1. On veut donc $\Delta(S', M) = \Delta(S, M)$, soit successivement :

$$\begin{aligned} (S'I'_1 + I'_1 M) - (S'I'_2 + I'_2 M) &= (SI_1 + I_1 M) - (SI_2 + I_2 M) \\ (S'I'_1 - SI_1) + (I'_1 M - I_1 M) - (S'I'_2 - SI_2) - (I'_2 M - I_2 M) &= 0 \end{aligned}$$

Reprenons un calcul classique pour l'une de ces différences élémentaires, les autres seront trouvées par analogie. On part des carrés de longueurs égaux aux carrés scalaires et on se limite à l'ordre 1.

$$\begin{aligned} S'I_1'^2 &= \overrightarrow{S'I_1'}^2 = (\overrightarrow{S'S} + \overrightarrow{SI_1} + \overrightarrow{I_1 I_1'})^2 = (\overrightarrow{SI_1} + \overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'})^2 = \dots \\ \dots &= \overrightarrow{SI_1}^2 + 2 \overrightarrow{SI_1} \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots = SI_1^2 + 2 \overrightarrow{SI_1} \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots = \dots \\ &\dots = SI_1^2 \left[1 + 2 \frac{\overrightarrow{SI_1}}{SI_1^2} \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots \right] \end{aligned}$$

On en prend la racine puis on introduit le vecteur unitaire $\vec{u}_1$ de SI_1 :

$$\begin{aligned} S'I_1' &= SI_1 \left[1 + 2 \frac{\overrightarrow{SI_1}}{SI_1^2} \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots \right]^{\frac{1}{2}} \approx SI_1 \left[1 + \frac{\overrightarrow{SI_1}}{SI_1^2} \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots \right] = \dots \\ &\dots = SI_1 + \frac{\overrightarrow{SI_1}}{SI_1} \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots = SI_1 + \vec{u}_1 \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'}) + \dots \end{aligned}$$

donc au premier ordre non nul on a :

$$S'I_1' - SI_1 = \vec{u}_1 \cdot (\overrightarrow{I_1 I_1'} - \overrightarrow{SS'})$$

13. ou égale à un nombre entier de longueurs d'onde mais cette possibilité n'est pas intéressante à exploiter.

et par analogie, en introduisant les vecteurs unitaires $\vec{u}_2$, $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ de SI_2 , I_1M et I_2M et compte tenu M n'a pas varié en un hypothétique point M' :

$$\begin{aligned} S'I'_2 - SI_2 &= \vec{u}_2 \cdot (\vec{I_2I'_2} - \vec{SS'}) \\ I'_1M - I_1M &= \vec{v}_1 \cdot (-\vec{I_1I'_1}) \\ I'_2M - I_2M &= \vec{v}_2 \cdot (-\vec{I_2I'_2}) \end{aligned}$$

Reportons dans la relation qui exprime que la variation de la différence de chemin optique est nulle à cet ordre puis réorganisons les termes :

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 \cdot (\vec{I_1I'_1} - \vec{SS'}) + \vec{v}_1 \cdot (-\vec{I_1I'_1}) - \vec{u}_2 \cdot (\vec{I_2I'_2} - \vec{SS'}) - \vec{v}_2 \cdot (-\vec{I_2I'_2}) &= 0 \\ (\vec{u}_1 - \vec{v}_1) \cdot \vec{I_1I'_1} - (\vec{u}_2 - \vec{v}_2) \cdot \vec{I_2I'_2} + (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{SS'} &= 0 \end{aligned}$$

Les lois de SNELL-DESCARTES pour la réflexion entraînent que $(\vec{u}_1 - \vec{v}_1)$ est orthogonal au miroir alors que, par essence, $\vec{I_1I'_1}$ est parallèle au miroir, donc $(\vec{u}_1 - \vec{v}_1) \cdot \vec{I_1I'_1}$ est nul et, par analogie, $(\vec{u}_2 - \vec{v}_2) \cdot \vec{I_2I'_2}$ aussi. La condition de bon contraste est donc, pour un point M donné :

$$\forall S' \in \mathcal{S} \quad (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{SS'} = 0$$

Remarquons, avant de poursuivre, qu'avec d'autres réflexions ou des réfractions avec changement de milieu, cette démonstration se généralise aisément et la conclusion reste inchangée. Reste à l'interpréter.

• Division du front d'onde et division d'amplitude.

Il est raisonnable de penser que, puisqu'il y a deux rayons, $\vec{u}_2 \neq \vec{u}_1$; il en résulte que $\vec{SS'}$ est orthogonal au plan défini par ces deux vecteurs unitaires. La source large est donc une fente infiniment mince et orthogonale au plan défini par ces vecteurs, ce que du reste, nous avons établi plus rapidement à partir de l'invariance par translation de la fonction intensité. Une partie des rayons issus de S partent par une voie (le miroir du haut dans notre exemple) et les autres par une autre voie (celui du bas) ; on dit que l'on travaille par *division de front d'onde*.

Nous espérons toutefois trouver mieux, oui mais comment ?

Il suffit pour trouver autre chose, de se souvenir qu'un rayon incident sur un dioptré génère un rayon réfléchi et un rayon transmis donc deux rayons qui sont les deux qu'on fera interférer ; ce dioptré sera appelé traditionnellement la *séparatrice*. Dans ces conditions avant la séparation, on a $\vec{u}_2 = \vec{u}_1$ puisqu'il n'y a alors qu'un seul rayon et la condition $(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{SS'} = 0$ est alors vérifiée sans autre contrainte pour S' pourvu toutefois que l'approximation d'ordre 1 reste valable : la source peut être alors assez grande en deux ou trois dimensions, ce qui lui permet d'injecter dans le dispositif interférentiel une grande puissance qui génèrera des franges d'interférences très lumineuses. Chaque rayon issu de S est ici dédoublé ; on dit que l'on travaille par *division d'amplitude*.

- **Localisation des franges.**

Il est grand temps de s'intéresser à l'influence du point M sur le résultat qu'il faut comprendre ainsi : la condition de départ, soit

$$\forall S' \in \mathcal{S} \quad \forall M \in \mathcal{E} \quad \Delta(S', M) = \Delta(S, M)$$

donne pour la division d'amplitude

$$\forall M \in \mathcal{E} \quad \vec{u}_2 = \vec{u}_1$$

que l'on doit comprendre ainsi : l'ensemble des points où le contraste est bon est formé des points d'intersection des rayons après dédoublement, c'est-à-dire qu'à chaque vecteur $\vec{u}_1$ donne un seul point d'intersection¹⁴ des deux rayons issus du passage par la séparatrice et c'est l'ensemble de ces points qui forme la zone d'interférence à bon contraste. On dit que les franges d'interférences sont *localisées* au contraire de la division du front d'onde où elles sont *délocalisées* dans tout le champ d'interférences (zone où les deux faisceaux se recoupent, cf supra). Ce que l'on gagne d'un côté (grande luminosité) se paie par une complication expérimentale : il faut placer l'écran au bon endroit. Il ne faut toutefois pas pendre le mot de délocalisation au pied de la lettre car au voisinage de la zone théorique de localisation où le contraste est optimal, on observera quand même des franges mais avec un mauvais contraste.

- **Conception de la séparatrice.**

Comme le rayon réfléchi reste dans l'air et que le réfracté passe dans le verre mais devra en sortir pour recouper le réfléchi, la séparatrice est une lame, à faces parallèles pour éviter la dispersion de la lumière (sinon la localisation dépendrait de la longueur d'onde, ce qui serait un grave défaut).

On sait que pour un dioptré air-verre seul 4% de l'énergie est réfléchi et 96% sont transmis ; les deux rayons qui vont interférer auront donc des amplitudes fort dissemblables ce qui conduit (cf paragraphe 3.d p. 12) à une perte de contraste. La face avant de la séparatrice reçoit donc un traitement de surface de sorte que réfléchi et réfracté aient des amplitudes pratiquement égales.

Par ailleurs, la face arrière va elle aussi générer un nouveau réfléchi qui va parasiter la phénomène d'où un autre traitement de surface, anti-reflet (cf paragraphe 9.c p. 59) celui-là.

14. Je sais, ô mon lecteur, que dans l'espace deux droites ne se coupent pas forcément mais n'oublie pas qu'il s'agit d'un cours de physique et non de mathématique. Une telle situation ne donnerait aucune zone d'interférences de bon contraste et dans une économie dominée par le libéralisme avancé, celui qui aurait conçu un tel dispositif se retrouverait ruiné. A la décharge du libéralisme, dans un tout autre régime, il accèderait au statut de prisonnier politique.

7 Interféromètre de Michelson

Il s'agit du plus connu des interféromètres travaillant en division d'amplitude, rendu célèbre par son utilisation pour valider l'invariance de la vitesse de la lumière (voir chapitre B-VI). Nous n'aborderons pas ici les aspects expérimentaux, parce que ce cours en ligne ne s'y prête pas et que dans le cas du Michelson, la confrontation frontale et âpre avec l'appareil ne peut être évitée.

7.a Conception de l'appareil.

Les rayons issus de la source large de centre S arrivent sur la lame semi-réfléchissante qu'est la séparatrice avec une incidence voisine de 45° , la moitié de l'énergie s'y réfléchit vers un premier miroir et l'autre la traverse vers un second miroir. Les rayons arrivent sur les miroirs sous incidence quasi-nulle et repartent vers la séparatrice où une partie de l'énergie est renvoyée vers la source et n'est pas utilisée et l'autre donnent des rayons susceptibles d'interférer (voir figure 24 p. 43, les incidences y ont été exagérées pour la lisibilité).

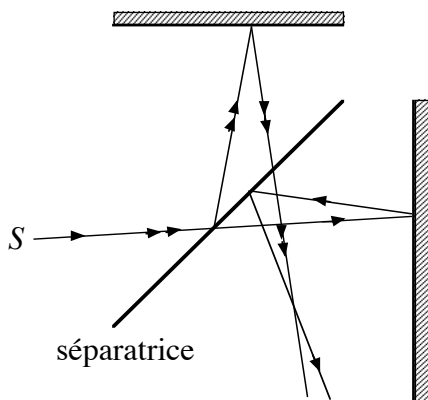


FIGURE 24 – Interféromètre de Michelson.

Les miroirs sont réglables en orientation et l'un d'eux en translation.

7.b Compensatrice.

La séparatrice est une lame d'épaisseur non nulle ; idéalement une de ses faces est semi-réfléchissante et l'autre anti-reflet. Observons sur la figure 25 p. 44, à gauche et au centre, les trajets de deux rayons se réfléchissant sur l'un et l'autre miroirs : l'un traverse une fois la lame, l'autre trois, ce qui introduit une différence de marche supplémentaire, par rapport à la différence des longueurs, de $2(n-1)l$ où l est la longueur de la traversée, différence de marche qui dépend de la longueur d'onde avec n car le verre est dispersif. La compensatrice

permet de supprimer ce terme et d'avoir une différence de marche indépendante de la longueur d'onde. Elle est fabriquée dans le même verre que la séparatrice, à la même épaisseur et on la règle de sorte qu'elle ait la même orientation ; intercalée au bon endroit, elle rajoute deux traversées là où il le faut (voir figure figure 25 p. 44 à droite).

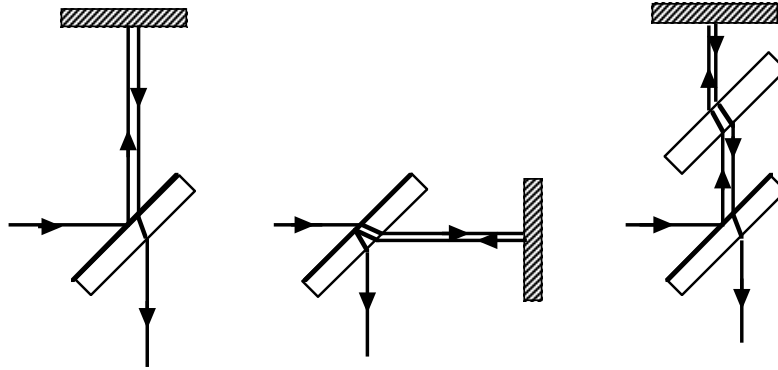


FIGURE 25 – Compensatrice.

7.c Réduction à une lame ou un coin d'air

Considérons sur la figure 26 p. 45 à gauche, un rayon $SIJKM$; si S' est le symétrique de S par rapport à la séparatrice, tout se passe comme si un rayon issu de S' se réfléchissait en J sur le miroir. Au milieu, considérons $SIJKM$ et traçons, en plus de S' , le symétrique du miroir par rapport à la séparatrice, et J' le symétrique de J ; tout se passe cette fois comme si un rayon issu de S' se réfléchissait en J' sur le symétrique du miroir. Il est donc d'usage de ne dessiner que cette première *réduction* de l'interféromètre, à savoir S' , un miroir et le symétrique de l'autre. Dans la pratique ces deux miroirs sont presque confondus en position et en orientation ; s'ils sont parallèles, on dit qu'on a affaire à une *lame d'air*, sinon à un *coin d'air* (figures à droite).

Enfin, dans les deux cas, tout se passe comme si l'on avait deux sources synchrones : les images S_1 et S_2 , presque confondues, de S' dans les deux miroirs de la réduction.

7.d Franges de la lame d'air.

La situation, après réduction est celle de la figure 27 p. 45 ; les miroirs sont parallèles donc les deux rayons réfléchis issus d'un même rayon incident sont parallèles se coupent à l'infini et c'est donc à l'infini que sont localisées les franges, en pratique dans le plan focal d'une lentille convergente placée en sortie de l'interféromètre.

Les symétries et le théorème de MALUS donnent :

$$\Delta = [SJM] - [SIM] = [S_2JM] - [S_1IM] = [S_2H] = 2e \cos i$$

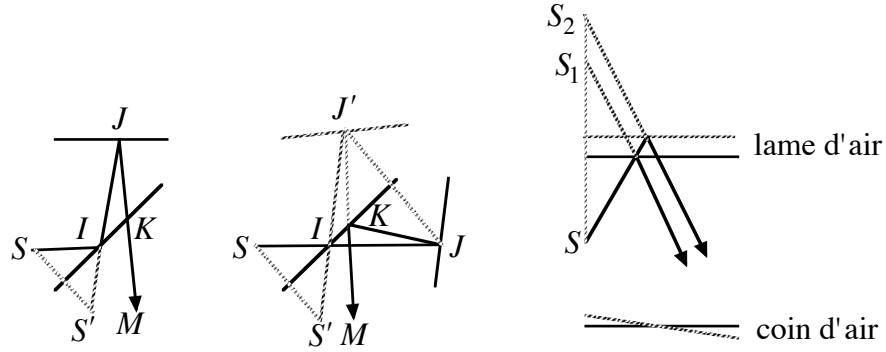


FIGURE 26 – Réduction du Michelson.

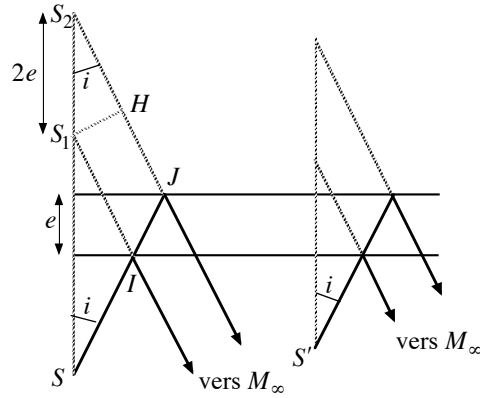


FIGURE 27 – Lamme d'air.

où e est la distance entre les miroirs (plus exactement un miroir et le symétrique de l'autre par rapport à la séparatrice). On retrouve les franges d'égale inclinaison étudiées plus haut.

Si l'on élargit la source en lui adjoignant des points S' , alors au même point M à l'infini, donc dans la même direction i , le calcul conduit à la même différence de marche même si S' est très éloigné de S . Ici, le contraste est conservé quelle que soit la taille de la source, c'est une situation idéale.

Remarque 1 : si e s'annule par translation d'un miroir (on parle de *contact optique*), Δ est nul pour tout i , l'intensité est maximale en tout point de l'écran à l'infini (plan focal de la lentille) et l'intensité est donc uniforme ; il s'agit de la *teinte plate* (expression surtout employée quand la source émet de la lumière blanche, mélange de toutes les longueurs d'onde visible de densité spectrale à peu près uniforme).

Remarque 2 : En donnant à e des valeurs importantes (à savoir un millimètre avec une lampe spectrale) le contraste diminue à cause des phénomènes de cohérence temporelle

dus à la durée finie des trains d'onde (cf supra) et c'est une façon commode de trouver expérimentalement l'ordre de grandeur de cette durée.

7.e Franges du coin d'air.

La situation, après réduction est celle de la figure 28 p. 46. Si la source est à distance finie, la figure n'a ni symétrie de révolution ni invariance par translation et la situation est impropre à une exploitation expérimentale. Si la source est à l'infini (en pratique un faisceau parallèle) dans une direction orthogonale à la droite d'intersection des miroirs, il y a invariance par translation parallèlement à cette droite et les franges sont rectilignes. Reste à établir leur localisation si la source est large, en pratique si le faisceau issu de la lentille convergente au foyer de laquelle est placée la source est formé de faisceaux parallèles élémentaires dans toutes les directions et nous prendrons pour source S centrale¹⁵ celle qui donne un faisceau perpendiculaire à l'un des miroirs (cf figure).

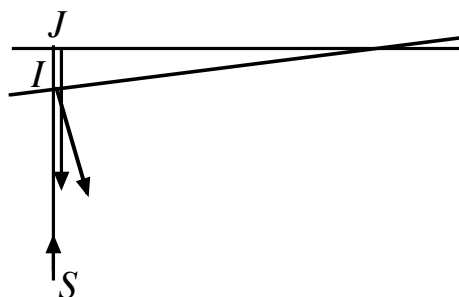


FIGURE 28 – Coin d'air.

Les franges se localisent là où se coupent deux rayons issus des deux réflexions d'un même rayon incident. Le rayon incident se réfléchit en I sur le premier miroir et en J sur le second d'où il revient sur ses pas (incidence normale). Les deux réfléchis se recoupent donc en I , c'est-à-dire sur le premier miroir. Comme la distance entre miroirs est infime, on dit que les franges sont localisées sur les miroirs. La différence de marche est bien évidemment $\Delta = 2[IJ]$; elle est liée à l'« épaisseur » (sous-entendu locale) du coin d'air, on les appelle donc franges d'égale épaisseur.

Si la source est de lumière blanche, on a vu plus haut que le contraste qui s'effondre rapidement dès qu'on s'éloigne de $\Delta = 0$. Typiquement, on ne voit plus rien au delà de $\Delta \approx 3 \lambda_m = 3 \times 0,6 \approx 2 \mu\text{m}$. Autre façon de dire les choses : avec une lampe à incandescence, la longueur de cohérence est de $2 \mu\text{m}$. On voit quelques irisations là où les miroirs se coupent et juste autour.

Remarque 1 : un mince film d'huile étalé sur un sol mouillé par la pluie et éclairé par la source large de lumière blanche à l'infini qu'est le soleil qui ressort après l'averse donne

15. L'étude théorique de la localisation (cf supra) privilégie un point S particulier ; c'est de lui que l'on parle ici.

des franges irisées localisé sur ce film. Pour en conserver la poésie, il faut continuer à dire « Comme c'est beau ! » et non « Tiens ! Des franges d'égale épaisseur. ».

Remarque 2 : Historiquement, NEWTON a observé des franges d'égale épaisseur au niveau du point de contact entre une lame à face parallèles et et une lentille plan-convexe. La distance entre les faces en contact est suffisamment faible pour observer les franges qui y sont localisées (en lumière parallèle). Les autres faces sont trop éloignées pour donner des interférences avec les sources utilisées à l'époque. Bien sûr les franges sont circulaires mais comme pour le coin d'air, la différence de marche est deux fois l'épaisseur locale. Leur étude géométrique n'apporte rien à la physique par rapport au coin d'air, ce n'est qu'une variante.

8 Interférence à ondes multiples.

Il s'agit ici d'étudier des techniques interférentielles faisant intervenir non plus deux rayons mais un grand nombre de rayons, avec un même déphasage entre deux successifs, faute de quoi, la situation est ingérable.

8.a Réseaux de diffraction.

• Principe de fonctionnement.

Il s'agit d'un diaphragme formé d'un grand nombre N de fentes allongées, très fines, parallèles et équidistantes. La distance entre deux fentes successives est appelée pas du réseau, on la note ici a . Fondamentalement, on retrouve l'expérience d'YOUNG mais avec beaucoup plus de fentes. Chaque fente diffracte la lumière dans toutes les directions mais bien que le dispositif utilise ce phénomène de diffraction et le mentionne dans son nom, il s'agit, comme les fentes d'YOUNG, d'un dispositif interférentiel.

Typiquement le nombre de fentes est $N = 10\,000$ et le pas $a = 2\,\mu\text{m}$.

Le réseau est éclairé en lumière parallèle, pas forcément orthogonale à son plan, et l'on observe les interférences à l'infini, sinon le déphasage entre deux rayons passant par deux fentes contiguës ne serait pas constant et le dispositif ne fonctionnerait pas (voir ce qui suit).

Grâce à la figure 29 p. 48, dans un plan perpendiculaire aux fentes (donc une fente est vue comme un point), calculons la différence de marche entre deux rayons successifs, en lumière monochromatique, entre source S à l'infini dans une direction i_0 et un point M de l'écran à l'infini dans une direction i , directions mesurées par rapport à la normale au plan qui contient les fentes.

Pour deux fentes successives I et J , la différence de marche est, en utilisant deux fois

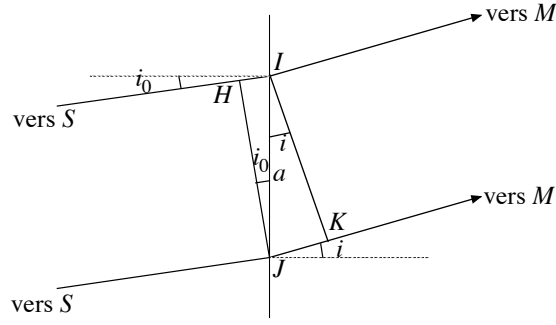


FIGURE 29 – Réseau de diffraction.

le théorème de MALUS :

$$\Delta = [SJM] - [SIM] = ([JM] - [IM]) - ([SI] - [SJ]) = \|\vec{JK}\| - \|\vec{HI}\| = a(\sin i - \sin i_0)$$

l'ordre d'interférence est $p = \Delta/\lambda$ et le déphasage $\varphi = 2p\pi = 2\pi\Delta/\lambda$.

Si l'on numérote les fentes de 0 à $N - 1$ et si l'on note $\underline{s}_0$ l'amplitude complexe au niveau du réticule du rayon passé par la fente 0, les amplitudes des rayons passés par les fentes 1, 2, $\dots$, $N - 1$ sont $\underline{s}_0 \exp(j\varphi)$, $\underline{s}_0 \exp(2j\varphi)$, $\dots$, $\underline{s}_0 \exp[(N - 1)j\varphi]$, qu'il faut additionner pour obtenir l'amplitude complexe totale ; et l'intensité est le carré du module de cette somme. On sait calculer cette somme, mais c'est inutile pour comprendre ce qui se passe.

En effet le module de la somme est majoré par la somme des modules, soit $N|\underline{s}_0|$ et l'intensité par $N^2|\underline{s}_0|^2 \approx 10^8|\underline{s}_0|^2$. Ce majorant est visiblement atteint quand $\exp(j\varphi) = 1$, soit $\varphi = 2p\pi$ avec un ordre d'interférence p entier, soit $\Delta = p\lambda$, ce qui est physiquement naturel : on a des interférences *constructives* quand les ondes sont toutes en phase. Les directions des maxima de lumière sont donc donnés par la formule essentielle :

$$\boxed{\sin i_p(\lambda) - \sin i_0 = p\lambda/a \quad p \in \mathbb{Z}}$$

En dehors de ces directions, la phase des N rayons prend beaucoup de valeurs qui se répartissent de façon homogène ou presque sur le cercle trigonométrique, la somme des amplitudes sera donc nulle ou presque et l'intensité sera négligeable.

• Obtention de spectres.

Revenons à la formule fondamentale. On remarque que i_p dépend de λ , donc en lumière polychromatique, les différentes radiations de longueurs d'onde différentes seront envoyées dans des directions différentes, il y aura formation d'un spectre, ou plutôt de spectres car il y en aura un par valeur de p , appelé spectre d'ordre p .

Une application numérique fixera les idées. On prend $i_0 = 0$ (la suite montrera que ce n'est pas l'utilisation normale mais ici on simplifie les calculs sans altérer le résultat qualitatif), $a=2 \mu\text{m}$ et λ en μm compris entre 0,4 et 0,8.

Grâce à la formule fondamentale, calculons les valeurs de $i_p(\lambda)$ pour λ variant de 0,4 à 0,8 μm

- pour $p=0$ (avec ici i_0 quelconque) $i_0(\lambda) = i_0$ pour tout λ (l'imprudence de notation, car i_0 avait deux sens, est sans conséquence) : il n'y a pas de spectre. Il s'agit de la propagation rectiligne de l'optique géométrique.
- pour $p=1$, on a $\sin i_1(\lambda)$ qui varie entre 0,2 et 0,4 d'où l'on tire les valeurs extrêmes de $i_1(\lambda)$ (12° et 24°)
- pour $p=2$, on a $\sin i_2(\lambda)$ qui varie entre 0,4 et 0,8 d'où l'on tire les valeurs extrêmes de $i_2(\lambda)$ (24° et 53°) ; ce spectre est plus étalé et s'il s'agit d'un spectre de raies, elles sont plus écartées donc plus faciles à séparer (cf infra).
- pour $p=3$, on a $\sin i_3(\lambda)$ qui varie entre 0,6 et 1,2. Première constatation : puisqu'il est déraisonnable pour un sinus de dépasser l'unité, le spectre est tronqué au delà de la longueur d'onde qui lui donne cette valeur, soit 0,667 μm et les valeurs extrêmes de i_3 seront 37° et 90° . Seconde constatation : le début de l'ordre 3 et la fin de l'ordre 2 se chevauchent ; pour un spectre continu, c'est rédhibitoire, pour un spectre de raies pas trop serré, la couleur lève l'ambiguïté, rouge pour la fin de l'ordre 2 et violet pour le début de l'ordre 3.
- pour $p=4$, on a $\sin i_4(\lambda)$ qui varie entre 0,8 et 1,6 et les mêmes conclusions (troncature de spectre à 0,5 μm et chevauchement des ordres 3 et 4).
- pour $p=5$ et au delà, le sinus dépasse 1 pour toutes les valeurs visibles ; ces spectres n'existent pas et le nombre d'ordres accessibles est fini.

On n'oublie pas les spectres symétriques obtenus avec les valeurs opposées de l'ordre.

• Largeur des maximums d'intensité.

Il est temps de terminer le calcul entamé plus haut. L'amplitude et l'intensité totales au point à l'infini dans la direction faisant l'angle i avec la normale et correspondant, entre rayons successifs, à une différence de marche $\Delta = a(\sin i - \sin i_0)$ et un déphasage $\varphi = 2\pi \Delta/\lambda$ est :

$$\underline{s}_{tot} = \underline{s}_0 [1 + \exp(j\varphi) + \underline{s}_0 \exp(2j\varphi) + \dots + \exp[(N-1)j\varphi]] = \underline{s}_0 \frac{1 - \exp(jN\varphi)}{1 - \exp(j\varphi)}$$

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \underline{s}_{tot} \underline{s}_{tot}^* = \underline{s}_0 \underline{s}_0^* \frac{[1 - \exp(jN\varphi)]}{[1 - \exp(j\varphi)]} \frac{[1 - \exp(-jN\varphi)]}{[1 - \exp(-j\varphi)]} = \dots \\ &\dots = \underline{s}_0 \underline{s}_0^* \frac{2[1 - \cos(N\varphi)]}{2[1 - \cos(\varphi)]} = \underline{s}_0 \underline{s}_0^* \frac{4 \sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{4 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \underline{s}_0 \underline{s}_0^* \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \end{aligned}$$

dont le maximum, obtenu pour $\varphi = 2p\pi$ avec p entier (cf supra), est ¹⁶ $N^2 \underline{s}_0 \underline{s}_0^*$, d'où :

$$I_{tot} = I_{max} \frac{\sin^2 \left(\frac{N\varphi}{2} \right)}{N^2 \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right)}$$

Pour un vrai réseau avec $N \sim 10\,000$, il est impossible de tracer une courbe lisible, aussi appuierons-nous la suite du raisonnement sur la figure 30 p. 50 tracée sur une seule période avec $N = 15$ où l'on retrouve une décroissance rapide autour du maximum.

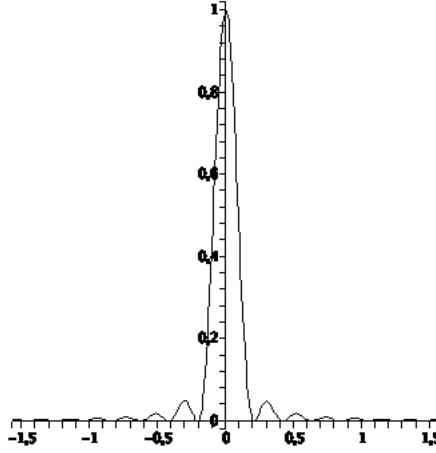


FIGURE 30 – Intensité obtenue avec un réseau très médiocre.

Pour un vrai réseau, là où l'intensité est non négligeable φ est petit (à $2p\pi$ près) d'où $\sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \approx \frac{\varphi}{2}$ mais pas $N\varphi$ car N est énorme ; on a donc, en bonne approximation au voisinage d'un maximum :

$$I_{tot} = I_{max} \frac{\sin^2 \left(\frac{N\varphi}{2} \right)}{N^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right)^2} = I_{max} \operatorname{snc}^2 \left(\frac{N\varphi}{2} \right)$$

Puisqu'on sait que le carré d'un sinus cardinal est négligeable en dehors de l'intervalle $[-\pi, \pi]$, on peut affirmer qu'il n'y a une intensité non nulle que dans les intervalles du type $\varphi \in [2p\pi - \frac{2\pi}{N}, 2p\pi + \frac{2\pi}{N}]$ avec p entier.

Une radiation monochromatique donne donc des raies qui ont une certaine largeur angulaire, gérée par la valeur de $\varphi = 2\pi \frac{a(\sin i - \sin i_0)}{\lambda}$

16. C'est plus simple en repartant de la première expression de $\underline{s}_{tot}$ qui est pour cette valeur du déphasage égale à la somme de N termes égaux à l'unité.

• **Pouvoir de séparation.**

Imaginons un réseau de diffraction éclairé par deux raies voisines de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , un doublet donc. L'intensité totale est somme des deux intensités que donnerait chaque raie si elle était seule (incohérence entre fréquences différentes, cf supra). Dans une direction i donnée, chaque longueur d'onde conduit à un déphasage particulier entre rayons successifs, respectivement $\varphi_1 = 2\pi \frac{a(\sin i - \sin i_0)}{\lambda_1}$ et $\varphi_2 = 2\pi \frac{a(\sin i - \sin i_0)}{\lambda_2}$, de valeurs proches mais distinctes. Qualitativement, on doit donc additionner deux fonctions identiques mais décalées. La figure 31 p. 51 montre le résultat d'une telle somme près d'un maximum presque commun.

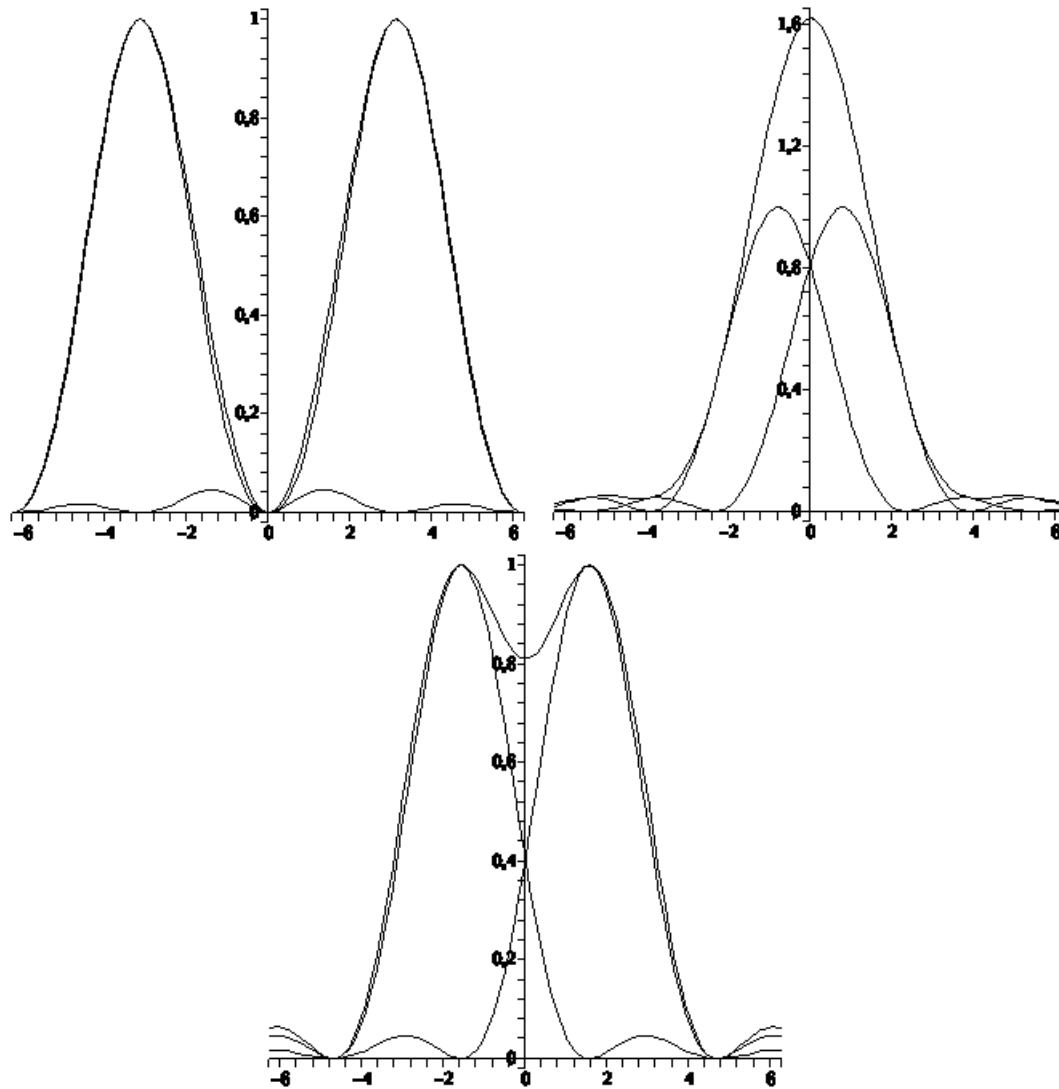


FIGURE 31 – Pouvoir de séparation.

A gauche, l'écart est grand et la somme a bien deux maximums successifs ; l'expérimentateur prend conscience qu'il y a deux raies distinctes et l'on dit que les raies sont séparées. Au centre, l'écart est petit et la somme n'a qu'un seul maximum ; l'expérimentateur ne prend pas conscience qu'il y a deux raies distinctes et l'on dit que les raies ne sont pas séparées. Au milieu, un cas charnière, l'écart est moyen et la somme a bien deux maximums successifs avec un petit creux entre les deux, à la limite du perceptible ; l'expérimentateur prend tout juste conscience qu'il y a deux raies distinctes et l'on dit que l'on est à la limite de séparation. Cette limite varie d'un expérimentateur à l'autre selon ses capacités visuelles et RAYLEIGH a établi de façon semi-empirique un critère (qui porte son nom) correspondant à cette charnière : pour une même valeur de l'angle, une des fonctions est maximale et l'autre est nulle (le « zéro » juste à côté du maximum).

On a donc, pour un même angle i près et à l'ordre p et, pour fixer les idées $\lambda_2 > \lambda_1$:

$$\begin{cases} \varphi_1 = 2\pi \frac{a(\sin i - \sin i_0)}{\lambda_1} = 2p\pi \\ \varphi_2 = 2\pi \frac{a(\sin i - \sin i_0)}{\lambda_2} = 2p\pi - \frac{2\pi}{N} \end{cases}$$

Par différence membre à membre, on a :

$$\frac{2\pi}{N} = 2\pi a (\sin i - \sin i_0) \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 2\pi a (\sin i - \sin i_0) \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}$$

En divisant membre à membre par la première des relations précédentes (présentée dans le même ordre), en notant $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ et en supprimant au dénominateur l'indice car il est supposé que $\lambda_2 \approx \lambda_1$, on arrive à :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{pN}$$

L'écart relatif minimal séparable $\lambda_2 - \lambda_1$ est d'autant plus petit que N est grand et l'ordre p élevé (on retrouve l'intérêt de travailler à l'ordre deux évoqué plus haut ; avec un réseau classique le chevauchement des ordres interdit d'aller plus loin mais on verra dans le chapitre suivant sur la diffraction que l'on arrive à contourner cet obstacle pour travailler à des ordres plus élevés). Par exemple avec un réseau à $N = 10\,000$ fentes utilisé à l'ordre $p = 2$ au milieu du visible ($\lambda = 600$ nm), l'écart relatif limite est $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{20\,000}$ qui correspond à $\Delta\lambda = 30$ pm. C'est de la haute métrologie.

Remarque : l'intérêt de mesurer de tels écarts est de vérifier les valeurs des différences de niveaux énergétiques de l'atome ou la molécule qui émet la raie en question (rappel : $h\nu = E_a - E_b$ ici $h\nu_2 = E_{a2} - E_b$ et $h\nu_1 = E_{a1} - E_b$ car le doublet correspond au retour d'un électron d'un de deux niveaux excités voisins au même niveau fondamental). Fondamentalement, la spectroscopie valide la chimie quantique.

• Application à la mesure des longueurs d'onde

La formule fondamentale, à savoir $\sin i_p(\lambda) - \sin i_0 = p\lambda/a$ avec p entier, ne permet pas la mesure des longueurs d'onde car la normale au réseau, qui ne correspond à aucun rayon

lumineux, ne peut pas être visée par un instrument d'optique et donc être mesurée avec la même précision, de l'ordre de la minute d'angle, que les rayons émergeant du réseau et du rayon incident (car il se confond avec l'ordre 0 des rayons émergents).

On doit donc trouver une astuce. La déviation entre un rayon incident et le rayon émergeant à l'ordre p est $D_p = i_p - i_0$ (la figure est laissée à la charge du lecteur). Pour une longueur d'onde donnée et un ordre donné, la formule fondamentale montre que i_p donc D_p dépendent de i_0 ; l'expérience met en évidence une déviation minimale.

Supposons que, pour la radiation λ à l'ordre p , quand $i_0 = i'$ la formule fondamentale donne $i_p(i') = i''$ et donc $D_p(i') = D = i'' - i'$. On a donc :

$$\begin{cases} \sin i'' - \sin i' = p \lambda / a \\ D = i'' - i' \end{cases}$$

que l'on peut réécrire

$$\begin{cases} \sin(-i') - \sin(-i'') = p \lambda / a \\ D = (-i') - (-i'') \end{cases}$$

qu'on lit ainsi : quand $i_0 = -i''$ la formule fondamentale donne $i_p(i') = -i'$ et donc $D_p(-i'') = D$ soit encore que i' et $-i''$ conduisent à la même déviation.

La figure 32 p. 53 donne la déviation en fonction de l'angle d'incidence :

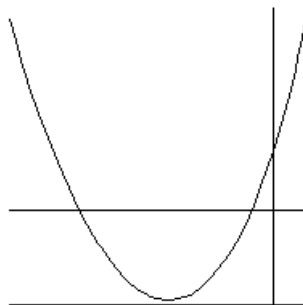


FIGURE 32 – Déviation minimale.

Les deux valeurs correspondant à une même déviation sont donc i' et $-i''$. Lorsque la déviation diminue jusqu'au minimum, ces deux angles tendent vers une valeur commune, donc au minimum de déviation on a $i_p = -i_0$; la formule fondamentale donne $2 \sin i_p = p \lambda / a$ et la formule de déviation devient $D_{min} = 2 i_p$. En éliminant i_p on arrive à :

$$\boxed{2 \sin(D_{min}/2) = p \lambda / a}$$

Cette formule est exploitable expérimentalement (on remarquera, si l'on a bonne mémoire l'analogie avec le prisme).

La méthodologie expérimentale ne peut être raisonnablement abordée dans ce cours en ligne.

8.b Interféromètre de Fabry-Pérot.

• Le dispositif.

L'interféromètre de FABRY-PÉROT les avantages de deux dispositifs précédemment étudiés sans en reprendre les inconvénients. C'est un interféromètre à ondes multiples comme le réseau de diffraction, ce qui donne des largeurs de raies très fines et un bon pouvoir de séparation des doublets (mais le réseau travaille en division de front d'onde et ne peut pas être utilisé avec une source large) et un interféromètre par division d'amplitude comme celui de MICHELSON et permet donc d'utiliser une source large avec une grande luminosité (mais l'interféromètre de MICHELSON travaille avec deux rayons et n'a pas un bon pouvoir de résolution). Rappelons que la division d'amplitude s'accompagne d'une localisation des franges là où se recoupent les émergents relatifs à un même incident.

L'interféromètre est constitué de deux lames à faces parallèles ; par commodité, on ne représente pas leur épaisseur sur le schéma. Sous incidence normale¹⁷, leur coefficient de réflexion est r et celui de transmission est t ; le coefficient de réflexion en énergie est $R = r^2$ et celui de transmission $T = t^2 = 1 - R$. Les lames sont traitées de sorte que R soit élevé (on prendra $R = 0,96$ qui est une valeur typique). Les deux lames sont placées parallèlement et distantes de e ; l'air qui les sépare est assimilé au vide. On éclaire le dispositif par une source monochromatique S à l'infini dans une direction normale aux lames. Un rayon SI subit en I sur la première lame une réflexion et une transmission ; le transmis IJ subit en J sur la seconde lame une réflexion et une transmission ; le réfléchi JI subit en I sur la première lame une réflexion et une transmission et ainsi de suite. Par souci de lisibilité, on a décalé latéralement les rayons réfléchis sur le schéma, alors qu'en réalité les différents rayons IJ sont tous confondus. On considère l'interférence en un point M , à l'infini dans une direction normale, entre les différents rayons ayant traversé le dispositif directement (rayon 1), après un aller retour et donc deux réflexions, une en J et l'autre en I (rayon 2), après deux allers-retours (rayon 3), etc. Un dispositif de chariotage permet de faire varier la distance e . On appelle s_0 l'amplitude réelle du rayon incident SI . Le tout est schématisé dans la figure 33 p. 55.

• Première approche.

Calculons les amplitudes réelles des différents rayons transmis JM . Le rayon (1) a subi une transmission en I où son amplitude a été multipliée par t et une seconde en J où elle

17. Il est plus souvent utilisé avec une source à distance finie ce qui donne des franges circulaires d'égale inclinaison ; l'explication est un peu plus simple avec une source à l'infini.

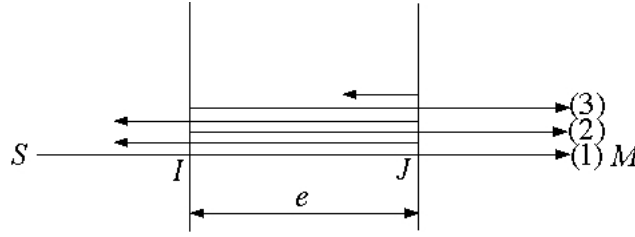


FIGURE 33 – Interféromètre de Fabry-Pérot 1.

a subi le même sort, l'amplitude réelle de ce rayon est donc

$$s_1 = t^2 s_0 = T s_0 = (1 - R) s_0$$

Le rayon (2) a subi successivement une transmission en I , une réflexion en J , une réflexion en I et enfin une transmission en J , son amplitude a été multipliée successivement par t , r , r et t et donc :

$$s_2 = t r^2 t s_0 = t^2 r^2 s_0 = T R s_0 = (1 - R) R s_0$$

De la même façon on a :

$$s_3 = t r^4 t s_0 = t^2 r^4 s_0 = T R^2 s_0 = (1 - R) R^2 s_0$$

$$s_k = t r^{2(k-1)} t s_0 = t^2 r^{2(k-1)} s_0 = T R^{(k-1)} s_0 = (1 - R) R^{(k-1)} s_0$$

Calculons maintenant le déphasage φ entre les différents rayons transmis JM . Pour les rayons successifs, les chemins optiques sont

$$[SM]_1 = [SI] + [IJ] + [JM]$$

$$[SM]_2 = [SI] + [IJ] + [JI] + [IJ] + [JM]$$

$$[SM]_3 = [SI] + [IJ] + [JI] + [IJ] + [JI] + [IJ] + [JM] \quad \text{etc.}$$

La différence de marche entre les deux premiers rayons est donc :

$$\Delta = [SM]_2 - [SM]_1 = [IJ] + [JI] = 2e$$

d'où un déphasage :

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{2e}{\lambda}$$

et il est aisé de vérifier que le déphasage entre le premier et le troisième rayon est 2φ et ainsi de suite.

Si l'on choisit l'origine des phases de sorte qu'elle soit nulle pour le rayon (1) à son arrivée en M , son amplitude complexe se confond avec son amplitude réelle et $\underline{s}_1 = s_1 = (1 - R) s_0$. Le rayon (2) a une amplitude réelle $(1 - R) R s_0$ et un déphasage-retard φ , d'où

$$\underline{s}_1 = (1 - R) R s_0 \exp(-j \varphi)$$

Le rayon (3) a une amplitude réelle $(1 - R) R^2 s_0$ et un déphasage retard 2φ , d'où

$$\underline{s}_3 = (1 - R) R^2 s_0 \exp(-2 j \varphi)$$

et ainsi de suite. Il y a cohérence entre ces rayons issus d'un même point source et donc additivité des amplitudes complexes, soit :

$$\begin{aligned} \underline{s}_{tot} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 + \underline{s}_3 + \dots &= (1 - R) s_0 + (1 - R) R s_0 \exp(-j \varphi) + (1 - R) R^2 s_0 \exp(-2 j \varphi) + \dots = \\ &= (1 - R) s_0 (1 + R \exp(-j \varphi) + R^2 \exp(-2 j \varphi) + \dots) = \frac{1 - R}{1 - R \exp(-j \varphi)} s_0 \end{aligned}$$

Pour l'intensité, on passe au carré du module

$$I = |s_{tot}|^2 = s_{tot} s_{tot}^* = \frac{(1 - R)}{(1 - R \exp(-j \varphi))} \frac{(1 - R)}{(1 - R \exp(j \varphi))} s_0 s_0^* = \frac{(1 - R)^2}{1 - 2 R \cos \varphi + R^2} \mathcal{E}_0$$

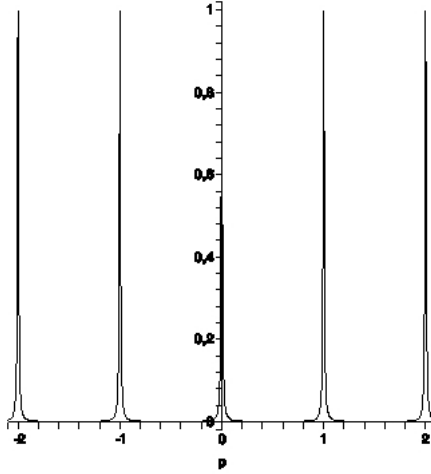


FIGURE 34 – Interféromètre de Fabry-Pérot 2.

On peut faire varier φ par chariotage. La figure 34 p. 56 donne I en fonction de φ (avec $R = 0,96$). On retrouve des maximum de faible largeur, caractéristique des interférences à ondes multiples et qui permettent une bonne séparation des raies de longueurs d'onde très voisines.

• **Seconde approche.**

En notation complexe, l'onde incidente s'écrit $\underline{s}_i \exp j \omega (t - x/c)$

Entre les deux lames, l'interférence entre tous les rayons réfléchis IJ donne une onde progressive dans les sens des x croissants et l'interférence entre tous les réfléchis JI donne une onde progressive dans les sens des x décroissants, s'écrivant respectivement

$$\underline{s}_+ \exp j \omega (t - x/c)$$

$$\underline{s}_- \exp j \omega (t + x/c)$$

De même, à droite de la seconde lame et à gauche de la première l'interférence entre tous les rayons transmis JM et tous les réfléchis IS donne respectivement une onde transmise «globale» et une onde réfléchie «globale», s'écrivant

$$\underline{s}_t \exp j \omega (t - x/c)$$

$$\underline{s}_r \exp j \omega (t + x/c)$$

La première lame est en $x = 0$ et la seconde est en $x = e$. Le tout est schématisé dans la figure 35 p. 57.

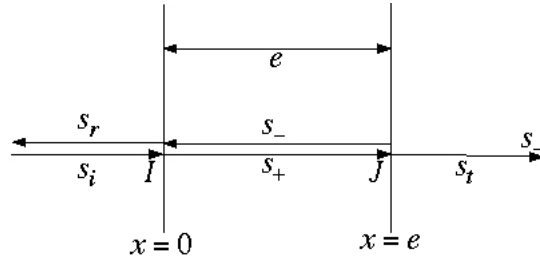


FIGURE 35 – Interféromètre de Fabry-Pérot 3.

Les ondes en $\underline{s}_-$ et $\underline{s}_t$ résultent de la réflexion et de la transmission, en $x = e$, de l'onde en $\underline{s}_+$ qu'il suffit donc de multiplier, *au bon point*, par r et t . D'où

$$\begin{cases} \underline{s}_- \exp j \omega (t + e/c) = r \underline{s}_+ \exp j \omega (t - e/c) \\ \underline{s}_t \exp j \omega (t - e/c) = t \underline{s}_+ \exp j \omega (t - e/c) \end{cases}$$

soit après simplifications

$$\begin{cases} \underline{s}_- = r \underline{s}_+ \exp j \omega (-2e/c) \\ \underline{s}_t = t \underline{s}_+ \end{cases}$$

où l'on n'oublie pas de voir que

$$\frac{2\omega e}{c} = 2\pi \frac{2fe}{c} = 2\pi \frac{2e}{\lambda} = \varphi$$

car il s'agit de deux fois le retard de phase pour la distance IJ . On réécrit donc

$$\underline{s}_- = r \underline{s}_+ \exp -j\varphi \quad (\text{équation 1})$$

$$\underline{s}_t = t \underline{s}_+ \quad (\text{équation 2})$$

D'autre part, sur la première lame, arrivent les ondes en s_i et en s_- ; la linéarité des équations de Maxwell permettent d'affirmer que les ondes qui quittent la lame sont somme de celles que l'on aurait si s_i était seule et de celles que l'on aurait avec s_- seule. L'onde s_+ est somme de s_i transmise et de s_- réfléchie ; et s_r est somme de s_i réfléchie et s_- transmise, donc après simplification par $\exp j\omega t$ (on est en $x = 0$) :

$$\underline{s}_+ = t \underline{s}_i + r \underline{s}_- \quad (\text{équation 3})$$

$$\underline{s}_r = r \underline{s}_i + t \underline{s}_- \quad (\text{équation 4})$$

Ensuite, il suffit d'un peu de calme et de méthode. On reporte l'équation 1 dans l'équation 3

$$\underline{s}_+ = t \underline{s}_i + r^2 \underline{s}_+ \exp -j\varphi$$

d'où l'on déduit

$$\underline{s}_+ = \frac{t}{1 - r^2 \exp -j\varphi} \underline{s}_i \quad (\text{équation 5})$$

puis on reporte l'équation 5 dans l'équation 2 et le tour est joué

$$\underline{s}_t = \frac{t^2}{1 - r^2 \exp(-j\varphi)} \underline{s}_i$$

qui est bien le résultat de la première approche car $t^2 = T = 1 - R$ et $r^2 = R$. On ne se lasse décidément pas de la beauté de la physique.

9 Quelques applications des phénomènes interférentiels.

Examinons ici, dans un ordre assez arbitraire, les interférences comme outil de mesure, de recherche ou autre.

9.a Mesure de longueurs d'onde. Obtention de spectres.

On a déjà vu qu'un réseau de diffraction permet la mesure de longueurs d'onde et que tout dispositif à ondes multiples permet l'obtention de spectres avec un excellent pouvoir de résolution. Inutile d'y revenir, ces lignes ne sont là que pour permettre de faire mention dans ce catalogue de cette utilisation des interférences.

9.b Mesure d'épaisseurs ou d'indices.

Supposons qu'un interféromètre de MICHELSON soit utilisé en coin d'air et en lumière blanche, au milieu du champ interférentiel, on observe donc la frange achromatique (cf paragraphe 5.e p. 30). Si l'on intercale, en la plaçant devant l'un des miroirs, une lame de verre d'épaisseur e et d'indice n , celle-ci remplace la même épaisseur d'air d'indice 1. La longueur optique a donc été augmentée de $(n - 1)e$ (à l'aller et au retour du rayon entre la séparatrice et le miroir) et la frange achromatique disparaît, on se retrouve dans le blanc d'ordre supérieur. Si l'on déplace en translation (dans le bon sens) l'un des miroirs d'une longueur $\ell = (n - 1)e$ (qui comptera aussi à l'aller et au retour), la frange achromatique reviendra à sa place¹⁸. Le MICHELSON permet la mesure de ℓ à 10^{-5} m près et donne ainsi accès à l'épaisseur de la lame si l'on connaît son indice ou, plus rarement, à son indice si l'on connaît son épaisseur.

De la même façon, si l'un des rayons traverse une cuve d'épaisseur e pleine d'air et d'indice $n = 1 + \varepsilon$ et qu'on lui pompe l'air, par la même méthode ou en comptant le nombre de franges qui défilent en un point bien choisi du champ d'interférences en lumière monochromatique, on aura accès directement à ε et cet accès direct est essentiel car la mesure de n ne peut se faire à une précision suffisante (en effet $\varepsilon \sim 10^{-3} \ll 1$ dans les conditions normales). Par exemple avec une cuve d'épaisseur $e = 0,80$ cm et un interféromètre éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 638$ nm et monté en lame d'air, on voit lors de pompage jusqu'au vide, une succession de maximums et de minimums d'intensité correspondant au défilement de $p = 8$ franges. On en déduit donc :

$$\varepsilon = n - 1 = \frac{p\lambda}{e} = 6,4 \cdot 10^{-4}$$

On peut aussi, par ce type de méthode, mettre en évidence les défauts de planéité d'une lame qu'ils soient dus à une mauvaise construction ou à une déformation thermique ou mécanique ou encore les variations d'indice dans un jet de fluide (mise en évidence de turbulences dans un gaz, transparent par nature).

9.c Couche anti-reflet.

On dépose sur un dioptre plan séparant l'air d'indice 1 et un verre d'indice N , une couche mince de matériau diélectrique d'épaisseur e et d'indice n .

Un rayon incident d'amplitude réelle a_0 qui arrive sous incidence normale génère deux rayons réfléchis. Le premier est généré au niveau du dioptre entre les indices 1 et n avec un coefficient de réflexion $r(1, n)$ calculé dans le chapitre traitant des ondes électromagnétiques dans la matière et a pour amplitude réelle :

$$a_1 = r(1, n) a_0 = \frac{1 - n}{1 + n} a_0$$

¹⁸. On a vu au paragraphe 5.e que ce raisonnement n'est pas correct mais que c'est une bonne approximation. On s'est permis ici de s'en contenter.

Le second est transmis au niveau du dioptré entre les indices 1 et n avec un coefficient de transmission $t(1, n)$, puis réfléchi au niveau du dioptré entre les indices n et N avec un coefficient de réflexion $t(n, N)$ et enfin transmis au niveau du dioptré entre les indices n et 1 avec un coefficient de transmission $t(n, 1)$ (attention $t(1, n) \neq t(n, 1)$) et il a pour amplitude réelle :

$$a_2 = t(n, 1) r(n, N) t(1, n) a_0 = \frac{2n}{1+n} \frac{n-N}{n+N} \frac{2}{1+n} a_0$$

On réalise une couche anti-reflet si ces deux réflexions s'annulent ; pour cela il suffit qu'ils aient même amplitude réelle et qu'il soient en opposition de phase. La seconde condition est réalisée si le chemin optique de l'aller-retour entre les deux dioptrés est égal à une demi-longueur d'onde soit :

$$2ne = \frac{\lambda}{2}$$

ce qui fixe l'épaisseur e ... si l'on est en lumière monochromatique ; en lumière blanche, on règle la condition sur la longueur d'onde correspondant au maximum de sensibilité de l'œil et le reflet est étouffé pour celle-ci, presque nul pour ses voisines et petit pour les autres ; le reflet est donc légèrement coloré, en gros en mauve, ce qui permet de vérifier que le vendeur d'appareil photographique n'est pas en train de vous entourloupier.

La première condition permet de choisir la valeur de n , solution de :

$$\frac{1-n}{1+n} = \frac{2n}{1+n} \frac{n-N}{n+N} \frac{2}{1+n}$$

qui, après simplification par $1+n$ et mise sous forme canonique est une équation du troisième degré.

Plus simplement avec la valeur typique $N \approx 1,5$ et pour $1 < n < N$, le produit $\frac{2n}{1+n} \frac{2}{1+n} = \frac{4n}{(1+n)^2}$, est monotone décroissant (ce qui se démontre aisément par dérivation par n) entre les valeurs 1 pour $n = 1$ et 0,96 pour $n = N = 1,5$ et peut donc en assez bonne approximation être confondu avec 1. La condition devient donc :

$$\frac{1-n}{1+n} \approx \frac{n-N}{n+N} = \frac{1-\frac{N}{n}}{1+\frac{N}{n}}$$

où la subtile réécriture permet de trouver la solution $n = \frac{N}{n}$ soit $n = \sqrt{N}$.

Dans la pratique bien sûr, il faut trouver un matériau qui ait à peu près cet indice et qui puisse être déposé sur le verre en une couche mince stable d'épaisseur contrôlée. Place aux chimistes.

Dans le domaine des ultrasons (voir le chapitre B-XV sur les ondes sonores dans les fluides), une couche antireflet (gel déposé sur la peau) est systématiquement utilisée en échographie d'exploration médicale pour éviter que les ultrasons ne se réfléchissent sur la peau et puissent ainsi atteindre les organes profonds. La théorie en est identique.

9.d Utilisation d'ondes stationnaires : procédé Lippmann et expérience de Wiener.

• Procédé Lippmann

En 1886, Gabriel LIPPMANN eut l'idée de placer une couche réfléchissante à l'arrière d'une pellicule photographique. Exposée à une lumière monochromatique, elle est siège d'ondes stationnaires aux ventres desquelles la pellicule est impressionnée et au nœuds desquelles elle reste vierge ce qui génère, après développement, des couches réfléchissantes équidistantes. Eclairée alors sous la même incidence par de la lumière blanche, on observe des interférences à ondes multiples et (cf réseau de diffraction, paragraphe 8.a p. 47 et Fabry-Pérot, paragraphe 8.b p. 54) seule la longueur d'onde qui a impressionné la pellicule donne un déphasage de 2π entre rayons successifs et est donc seule réfléchi avec une intensité non négligeable. Cela reste vrai si la lumière ayant servi à impressionner la pellicule est polychromatique. Ce procédé qui valut le prix NOBEL à son inventeur est le seul qui restitue exactement les couleurs. Il est cependant très coûteux et demande des temps de pose très longs.

• Expérience de Wiener.

Exceptionnellement dans ce chapitre, on quitte le modèle scalaire pour l'approche vectorielle de l'électromagnétisme.

Le demi-espace $z < 0$ est un métal parfait, le demi-espace $z > 0$ est le vide. Une onde plane monochromatique arrive sous incidence de 45° de vecteur unitaire $\vec{u}$ (axe Ox de la figure 36 p. 61) et se réfléchit donc dans une direction orthogonale à la direction incidente de vecteur unitaire $\vec{v}$ (axe Oz de la figure). L'onde est polarisée dans le plan d'incidence donc le champ électrique incident $\vec{E}_i$ est parallèle à $\vec{v}$ et le champ réfléchi E_r parallèle à $\vec{u}$; les champs magnétiques incident $\vec{B}_i$ et réfléchi B_r sont parallèles au vecteur unitaire $\vec{n}$ (axe Oy), normal au plan incident ; les vecteurs de Poynting $\vec{\Pi}_i$ et $\vec{\Pi}_r$ sont parallèles à la directions de propagation, respectivement $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

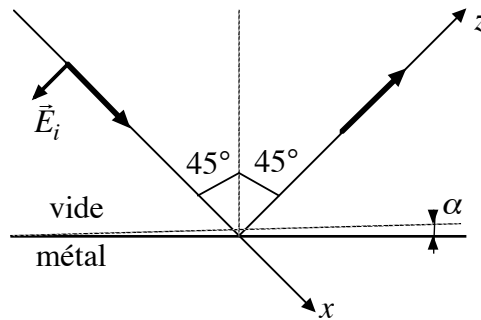


FIGURE 36 – Expérience de Wiener.

Les grandeurs quadratiques susceptibles d'être enregistrées par les capteurs, par exemple une pellicule photo faisant un petit angle avec le plan réfléchissant (en pointillé sur la figure), sont ici :

$$\begin{cases} \vec{E}^2 = (E_i \vec{v} + E_r \vec{u})^2 = E_i^2 + E_r^2 \\ \vec{B}^2 = [(B_i + B_r) \vec{n}]^2 = B_i^2 + B_r^2 + 2 B_i B_r \\ \|\vec{H}\| = \sqrt{(\Pi_i \vec{u} + \Pi_r \vec{v})^2} = \sqrt{\Pi_i^2 + \Pi_r^2} \end{cases}$$

Seul le produit $B_i B_r$ est susceptible par linéarisation d'introduire un terme constant dépendant d'un déphasage (voir le tout début du chapitre) et donc de générer des interférences ; on n'en observe pas dans l'expérience.

Par contre, pour la polarisation où le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence, les rôles du champ électrique et du champ magnétique sont permutés et seul le premier peut générer des interférences et on en observe dans l'expérience. Celle-ci prouve donc que la pellicule photographique est sensible à $\vec{E}^2$ donc à la densité volumique d'énergie électrique.

9.e Mise en évidence de changements de signe. Miroir de Lloyd et expérience de Meslin.

Un changement de signe intempestif équivaut pour une fonction sinusoïdale à un déphasage de π . Si dans une expérience d'interférences à deux ondes l'une change de signe et l'autre pas, les sommes deviennent des différences et là où l'on prévoyait un maximum, on observe un minimum et vice-versa.

• Miroir de Lloyd.

Le dispositif interférentiel du miroir de LLOYD est constitué d'un miroir plan AB de longueur l_1 , et d'un écran qui lui est orthogonal en B . Une source ponctuelle située à une hauteur h au dessus du plan du miroir et à l_2 en avant du point A , émet une radiation de longueur d'onde λ .

Un point M de l'écran est éclairé par deux rayons, le premier qui va directement de S à M et le second qui se réfléchit sur le miroir et semble provenir de l'image S' de S par le miroir. Tout se passe comme si M était éclairé par deux sources synchrones S et S' distantes de $a = 2h$ et placées à $D = l_1 + l_2$ de l'écran (voir figure 37 p. 63 que le lecteur est invité à compléter), où la hauteur h a été exagérée pour la lisibilité).

On retrouve la situation classique étudiée en cours qui donne au point M tel que $BM = x$ une différence de marche $\Delta \approx \frac{ax}{D}$, un déphasage $\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ et une intensité

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_{max} \frac{1 + \cos \varphi}{2}$$

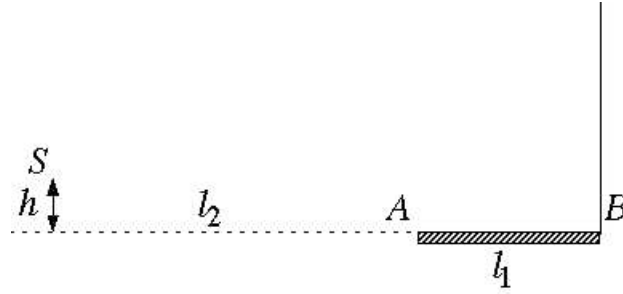


FIGURE 37 – Miroir de Lloyd.

Au point B correspondant à $x = 0$, on s'attend donc à avoir $\Delta = 0$, $\varphi = 0$ et $\mathcal{I} = \mathcal{I}_{max}$. Or l'expérience donne en ce point une intensité nulle.

L'explication en est que la réflexion d'un rayon s'accompagne d'un changement de signe (prévu par l'électromagnétisme par continuité du champ électrique qui est nul dans le conducteur) et donc, en notant $\underline{s}_0$ l'amplitude complexe du rayon direct à son arrivée en M , celle du rayon réfléchi est, en ce même point M , non pas $\underline{s}_0 \exp(-j\varphi)$ mais $-\underline{s}_0 \exp(-j\varphi)$, d'où

$$\underline{s}_{tot} = \underline{s}_0 - \underline{s}_0 \exp(-j\varphi)$$

$$\mathcal{I} = \underline{s}_{tot} \underline{s}_{tot}^* = \dots = \mathcal{I}_{max} \frac{1 - \cos \varphi}{2}$$

Du reste l'expérience sert justement à mettre en évidence ce changement de signe et l'astuce réside dans le fait qu'un seul des rayons arrivant au point M subit une réflexion.

Expliquons, pour sortir, une fois n'est pas coutume, du cadre des interférences lumineuses et en s'inspirant de ce qui précède, qu'un bateau en mer à 12 km de la rive capte difficilement une émission radio de longueur d'onde de 2 m si l'émetteur est placé à une hauteur de 10 m et que les choses s'arrangent s'il est placé sur une colline à une hauteur de 500 m.

L'émetteur est la source S avec $h = 10$ m, la mer est le miroir et le bateau est à une distance $D = 12$ km. Ici la longueur d'onde est $\lambda = 2$ m. L'interfrange vaut ici :

$$i = \frac{\lambda D}{2h} = \frac{2 \times 12\,000}{20} = 1\,200 \text{ m}$$

La taille du bateau est négligeable devant cet interfrange et placé en $x \approx 0$, sur la frange « sombre », il ne capte qu'un signal faible.

Par contre avec $h = 500$ m, l'interfrange devient égal à 24 m et l'antenne du bateau placée en haut du mat, à quelques mètres de la surface, est, par comparaison avec l'interfrange, notablement écarté du minimum d'intensité, la réception est bien meilleure.

- **Expérience de Meslin.**

La figure 38 p. 64 donne le principe de l'expérience de MESLIN qui utilise comme le dispositif de bilentilles de BILLET deux moitiés d'une lentille sciée et décalées mais ici longitudinalement et non transversalement.

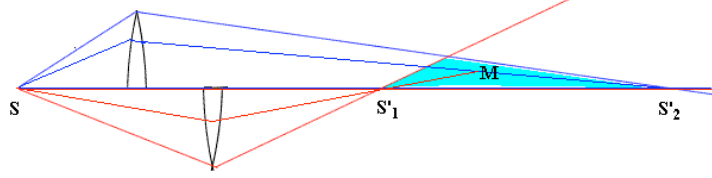


FIGURE 38 – Expérience de Meslin.

En un point M du champ d'interférence, la figure montre qu'un rayon est passé par le point de convergence qu'est l'une des images de la source et que l'autre rayon n'est pas encore passé par l'autre point de convergence. L'expérience donne une permutation des maximums et minimums d'intensité par rapport à ce que prévoit la seule géométrie. Il est donc ainsi prouvé que le passage d'une onde par un point de convergence s'accompagne d'un changement de signe.

9.f Interférométrie par transformée de Fourier.

Un MICHELSON¹⁹ monté en lame d'air est réglé au contact optique. A l'aide d'un moteur on le « chariotte » d'une longueur notée $x/2$. Au centre de la figure la différence de marche est (cf supra) x et le déphasage $\varphi = 2\pi \frac{x}{\lambda} = 2\pi\sigma x$ où σ est le nombre d'onde. En lumière monochromatique, l'intensité est donc proportionnelle à $1 + \cos(2\pi\sigma x)$ et la constante de proportionnalité est elle-même proportionnelle à la puissance de la source.

Si la source est polychromatique avec une densité spectrale d'énergie $a(\sigma)$ (comprendons qu'entre σ et $\sigma + d\sigma$, l'énergie émise est $a(\sigma) d\sigma$), on aura par sommation et à une constante multiplicative près :

$$I(x) = \int_0^\infty a(\sigma) [1 + \cos(2\pi\sigma x)] d\sigma$$

et en particulier :

$$I(0) = \int_0^\infty a(\sigma) [1 + \cos(0)] d\sigma = \int_0^\infty 2a(\sigma) d\sigma$$

19. C'est une métonymie classique en physique de désigner l'interféromètre par le seul nom de son concepteur éponyme.

d'où par combinaison linéaire :

$$\begin{aligned} 2 I(x) - I(0) &= \int_0^\infty 2 a(\sigma) \cos(2 \pi \sigma x) d\sigma = \dots \\ &\dots = \int_0^\infty a(\sigma) \exp(2 j \pi \sigma x) d\sigma + \int_0^\infty a(\sigma) \exp(-2 j \pi \sigma x) d\sigma \end{aligned}$$

Dans le second terme le changement de variable $\tilde{\sigma} = -\sigma$ donne, en prolongeant $a(\sigma)$ pour les valeurs négatives de façon à obtenir une fonction paire conduit, en supprimant le tilde en fin de calcul et en regroupant les deux intégrales à :

$$2 I(x) - I(0) = \int_{-\infty}^\infty a(\sigma) \exp(2 j \pi \sigma x) d\sigma$$

A un détail de présentation près $2 I(x) - I(0)$ est la transformée de FOURIER de la densité spectrale d'énergie, qu'il est facile d'enregistrer et d'échantillonner expérimentalement. On dispose de nos jours d'un algorithme de calcul performant²⁰ qui calcule en un temps record la transformée de FOURIER inverse et donne accès à la fonction $a(\sigma)$. On réalise ainsi de la *spectroscopie par transformée de FOURIER*.

20. appelé « transformée de Fourier rapide » ou « fast Fourier transformation » (abrégié en FFT).